e-ISSN: 2992-751X

RIEIPD, Vol. 2, Núm. 2, julio-diciembre 2024

https://doi.org/10.71770/rieipd.v2i2.2531

Concepciones sobre los números decimales en futuros profesores

A remote workshop to work on decimals with future elementary school teachers

Juan José Sánchez Tapia[a]

[a] Universidad Pedagógica Nacional

Resumen

El propósito del presente artículo es dar a conocer el desarrollo y los resultados de un taller realizado vía remota dedicado a ampliar los conocimientos matemáticos sobre los números decimales. El objeto de estudio e intervención fueron ocho estudiantes de segundo semestre de una escuela Normal Rural del Estado de Zacatecas, en México. Debido a la llegada intempestiva del Sars-Cov2 en 2020, la preparación de actividades presenciales se adaptó para realizarse a distancia. Se inició con la aplicación de un diagnóstico para definir los contenidos adecuados. Se utilizó la plataforma Meet, los formularios de Google, las pizarras electrónicas y los teléfonos inteligentes como principales recursos para la acción. Los resultados muestran que los participantes avanzaron en sus conocimientos y su comprensión de los números decimales, así como en su capacidad de argumentación. La interacción y construcción social de los conocimientos fueron posibles a pesar del distanciamiento físico gracias a la permanente solicitud de comparar y justificar las respuestas de los distintos estudiantes utilizando los medios disponibles.

Palabras clave: números decimales, estudiantes normalistas, enseñanza vía remota, aprendizaje constructivo

Abstract

The purpose of this article is to report the development and results of a workshop conducted remotely dedicated to expanding mathematical knowledge about decimal numbers. The object of study and intervention were eight second semester students at a Rural Normal School in the State of Zacatecas, Mexico. Due to the untimely arrival of Sars-Cov2 in 2020, the preparation of face-to-face activities was adapted to be carried out at a distance. It began with the application of a diagnosis to define the appropriate contents. The Meet platform, Google forms, electronic whiteboards and smartphones were used as the main resources for action. The results show that participants advanced in their knowledge and understanding of decimal numbers, as well as in their argumentation skills. Interaction and social construction of knowledge were possible despite the physical distance thanks to the permanent request to compare and justify the answers of the different students using the available means.

Recibido: 4 de febrero de 2024 | Aceptado: 21 de abril de 2024

1. Introducción

En México, existe una gran confusión sobre lo que se entiende por número decimal en profesores, alumnas y alumnos de primaria. Esta radica en pensarlos parcialmente, como los números que llevan punto. Por el contrario, distintos matemáticos y didactas han señalado que no se debe determinar que un número por tener punto sea decimal, ni tampoco que todos los que no lo tienen, no lo sean. Las definiciones de estos autores han sido varias.

Brousseau (1981) plantea que, una forma de construir los decimales es mediante la solución de la siguiente ecuación $10^n \cdot x = z$, esto es, $x = \frac{z}{10^n}$ donde *z* es un número entero y *n* un número natural. Así, los decimales son los racionales que se pueden escribir mediante una fracción decimal cuyo numerador es entero y el denominador es cualquier potencia de 10. Por ejemplo: en $10^2 \cdot x = 4$ $la\ x\ es\ igual\ a\ \frac{4}{100}$.

Según Centeno (1997), los números decimales se pueden construir una vez definida la estructura general de los racionales, considerando solo una parte de sus elementos. Esa parte puede corresponder a los decimales, que son los racionales que se pueden escribir en forma de fracción decimal.

Como expresa Freudenthal (1983), cuando una fracción en su mínima expresión tiene solo al 2 y 5 como factores primos del denominador es posible representarla mediante una fracción decimal y, por tanto, mediante una expresión finita. Por ejemplo, $\frac{1}{8}$ es una fracción que tiene al 2 como factor primo del denominador. Por lo que se puede obtener una fracción decimal equivalente $\frac{1}{8} = \frac{125}{1000}$, así mismo, dicha fracción se puede representar mediante una expresión decimal finita: 0.125.

Los números decimales son aquellos que se pueden escribir mediante una expresión decimal finita, esto es, que tiene un número determinado de cifras a la derecha del punto (Sainz, Gorostegui y Vilotta, 2011).

Se puede decir que las definiciones coinciden en que estos números pueden expresarse con fracciones que tienen en su denominador cualquier potencia de 10. Ahora bien, la distinción entre números expresados con punto decimal, que representan decimales, y aquellos que no, se debe a la existencia de algunos números racionales que no son equivalentes con las fracciones decimales ($\text{por ejemplo,} \frac{1}{3} = 0.333\overline{3}$), y números irracionales (como π = 3.14159265...), que tienen representaciones decimales infinitas y no periódicas.

En el ámbito educativo, la creencia de que cualquier expresión con punto sea número decimal es común entre muchos estudiantes de educación básica. Asimismo, esta idea es compartida por algunos profesores. Por lo que son pocos los espacios dedicados al estudio de las fracciones decimales y sus diferentes formas de ser representadas (concepto de equivalencia). Para los profesores es más relevante que los alumnos aprendan y memoricen los nombres de las columnas después del punto, explicar las operaciones de forma mecánica para que los alumnos reproduzcan los procedimientos en ejercicios similares y se olvidan de establecer conexiones entre distintas representaciones visuales para favorecer el entendimiento del valor de los decimales. En ese sentido, es fundamental brindar una formación a los futuros docentes para fortalecer su conocimiento matemático y didáctico con el objetivo de mejorar las prácticas de enseñanza vinculadas a los números decimales.

Desde este contexto se informa sobre el desarrollo de un taller vía remota orientado a ampliar los conocimientos sobre los decimales de un grupo de estudiantes de Licenciatura en Educación Primaria en los siguientes aspectos: propiedad de densidad, noción de equivalencia y el efecto de multiplicar con números positivos menores que 1. Como se indica a continuación, este artículo se centra en los aspectos que generaron más diálogo en torno al conocimiento que se iba construyendo en el proceso.

2. Metodología

2.1 Diseño de la intervención

La intervención educativa es entendida como el desarrollo de acciones emprendidas por un grupo de participantes con la intención de alcanzar los objetivos previamente diseñados en un proyecto educativo (Barraza, 2010). Su potencial radica en promover un cambio en términos de conocimientos y prácticas. Esta razón, lleva a considerar que es necesario que dicha intervención compare resultados previos y finales al haberse implementado. Un factor medular en la intervención educativa es la planeación previa de la actuación del conductor de dicho proyecto. En otras palabras, es fundamental tener claras las tareas que se les plantearán a los participantes, así como los recursos educativos disponibles para facilitar el desarrollo de la intervención, aunque, una vez puesta en marcha la intervención, sea necesario realizar algunas modificaciones.

En el caso de este trabajo, dirigido a estudiantes de la Licenciatura de Educación Primaria, tuvo la intención de producir reflexiones acerca de la asignatura de matemáticas en cuanto al conocimiento matemático, específicamente, en el tema de los decimales. Por tal motivo, se buscó una escuela Normal interesada en poner en práctica una intervención educativa cuyo fin fuera la ampliación del conocimiento matemático de los decimales en sus estudiantes.

En el presente trabajo, la intervención educativa estuvo conformado por cuatro fases. La primera constó de una fase de análisis preliminar y de consideraciones previas, tomando en cuenta las perspectivas sobre las investigaciones anteriores y los conocimientos previos de los participantes (a través de un instrumento de evaluación). Los resultados de esta fase se utilizaron para el diseño de la intervención. La segunda fase estuvo dedicada a la planeación de las sesiones cuya intención fue abordar diferentes aspectos del conocimiento disciplinar de los decimales. Posteriormente, se aplicó la fase de implementación de las actividades mediante un taller vía remota a un grupo de profesores de educación primaria en formación. Finalmente, se tuvo una fase de análisis de resultados. Esta última fase fue de gran relevancia, ya que muestra los resultados y conclusiones teniendo en cuenta el desarrollo de las actividades y las contingencias de la intervención.

Es fundamental mencionar que el taller se llevó a cabo en el momento en que la pandemia por el SARS-COV2 obligó al confinamiento escolar, razón por la que las actividades preparadas para llevarse a cabo presencialmente se adaptaron para su desarrollo de forma remota. Resulta también esencial señalar que ésta fue una adaptación de emergencia, definida en tiempo por la necesidad de cumplir los plazos de un trabajo comprometido, la cual obligó a aprender el manejo de algunos instrumentos y herramientas para la comunicación a distancia.

Para la realización del taller, se utilizó la plataforma Google Meet y un formulario de Google para recabar los resultados. Para la presentación de las actividades y situaciones se utilizó la pizarra digital. Cada uno de los estudiantes contaba con un celular inteligente cuya pantalla les permitía captar tanto las preguntas como las pizarras respectivas.

2.2 Participantes

Las y los participantes pertenecían a un grupo de estudiantes de una escuela Normal Rural del estado de Zacatecas. Participaron 8 alumnos, 5 mujeres y 3 hombres, del segundo semestre de la Licenciatura de Educación Primaria. El criterio de inclusión en el taller fue que los estudiantes no hubieran sido instruidos aún en la enseñanza sobre los números decimales. Como conductor del taller fungió el autor de este artículo.

2.3 Recolección de datos

Con el fin de analizar los resultados de la intervención, se recolectaron evidencias de las actividades realizadas y los avances mostrados por los ocho futuros profesores participantes. Esto se hizo mediante la recuperación de: videos de Google Meet, formularios de Google, pizarras digitales y capturas de pantallas. Posteriormente, para organizar las evidencias recolectadas, analizarlas y plasmar los datos que conforman la intervención, se realizaron las siguientes fases:

1. Recuperación de la grabación de las actividades realizadas durante el taller virtual con la herramienta digital Google Meet.
2. Recuperación de las respuestas dadas a los formularios de Google, las actividades realizadas en las pizarras digitales y las capturas de pantalla.

3. Transcripción de todos los videos correspondientes a las sesiones que se llevaron durante el taller vía remota.
4. Análisis de las evidencias del taller para la ampliación de los conocimientos matemáticos de los futuros profesores de educación primaria participantes.

3, Resultados

3.1 Diagnóstico

Para implementar el taller, era importante partir de la siguiente cuestión: ¿Qué conocimiento matemático sobre los decimales tienen los participantes? Por esta razón, fue necesario valorar a través de un instrumento sus conocimientos previos y definir con base en ellos la secuencia de actividades por realizar.

3.1.1 Resultados del diagnóstico

- Los ocho participantes consideran que los números decimales son sólo aquellos que se expresan con punto. Cabe agregar que todos consideraron que π es decimal y ninguno consideró decimal la fracción $\frac{30}{10}$.
- Ninguno de las y los estudiantes logra identificar la propiedad de densidad y todos fijan “falsos consecutivos” entre un número decimal y otro.
- Quienes respondieron el formulario no tienen dificultad al comparar dos decimales y saber cuál es mayor.
- Solo dos integrantes perciben que la multiplicación con decimales no siempre da como resultado un número mayor que los factores o igual que uno de ellos.
- Solo dos integrantes perciben que la división con decimales no siempre da como cociente un número menor que el dividendo.
- A todos se les dificulta encontrar equivalencias entre los decimales y las fracciones y utilizar esta equivalencia como estrategia para operar.

Los elementos anteriores fueron útiles para planear y desarrollar los propósitos específicos del taller, con relación al dominio del conocimiento matemático de los decimales: identificar las diferentes formas de representar un número decimal; identificar y comprender la propiedad de densidad; comprender los efectos de la multiplicación y la división con números menores que 1. Se seleccionaron estas sesiones porque en ellas se trabajan los aspectos matemáticos relacionados con los decimales en los que se identificó mayor dificultad en el diagnóstico.

Las actividades planeadas se elaboraron sobre formularios y pizarras electrónicas que se mostraban a los participantes a través de las pantallas de su celular. El conductor del taller siempre estuvo mostrando esquemas y explicando las actividades, así como promoviendo la participación y la interacción entre los estudiantes. De esta forma, en cada sesión se plantea el objetivo a alcanzar y posteriormente las actividades llevadas a cabo, tal como se verá en adelante.

3.2 Sesión 1: efectuar operaciones con expresiones decimales finitas y fracciones para encontrar equivalencias

En esta sesión, las y los participantes conocieron y resolvieron la actividad: Los móviles (tomada y adaptada de la Secretaría de Educación Pública [SEP], 2001). La intención era que efectuaron operaciones con expresiones decimales finitas y fracciones para encontrar equivalencias ($\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=0.5$, por ejemplo). Era necesario que realizarán los cálculos que consideran convenientes para ocupar los espacios vacíos y mantener el equilibrio en los móviles (ver figura 1).

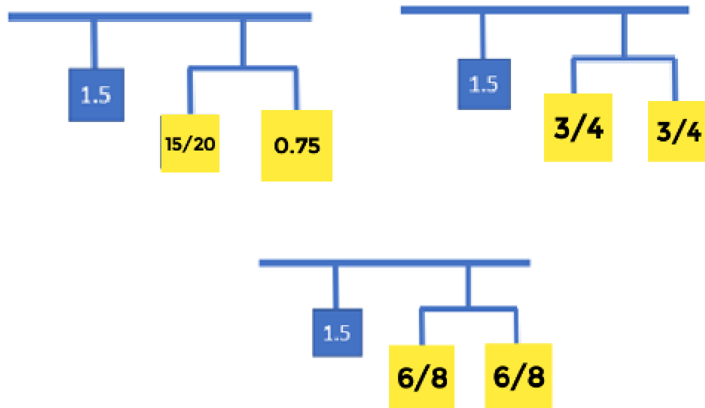
Consigna. Se mostró a las y los participantes —mediante una pizarra digital—, la imagen de los móviles y el conductor planteó:

> La actividad que se muestra en la pizarra digital se conoce como Los móviles (Figura 1). Un móvil, en este caso, se caracteriza por mantener en equilibrio los objetos que cuelgan de una barra horizontal. En esta ocasión, nuestros móviles implican diferentes formas de representar un decimal. Por lo que la consigna es: Anotar el decimal en cada cuadro vacío para lograr el equilibrio. Además, encontramos tres formas diferentes de resolverlo.

En cada una de las pizarras digitales se incluyeron los móviles de manera repetida para que se produjeran diferentes representaciones simbólicas posibles de los decimales y las agregan en los espacios vacíos (por ejemplo, notación fraccionaria: $\frac{3}{4}$, $\frac{75}{100}$ o, notación con punto 0.75).

Para el primer móvil el conductor se dirigió a tres estudiantes para que ofrecieran tres soluciones distintas. En la figura 1 se muestran las propuestas:

Figura 1.
Respuestas al primer móvil



Fuente: Actividad de sesión 1.

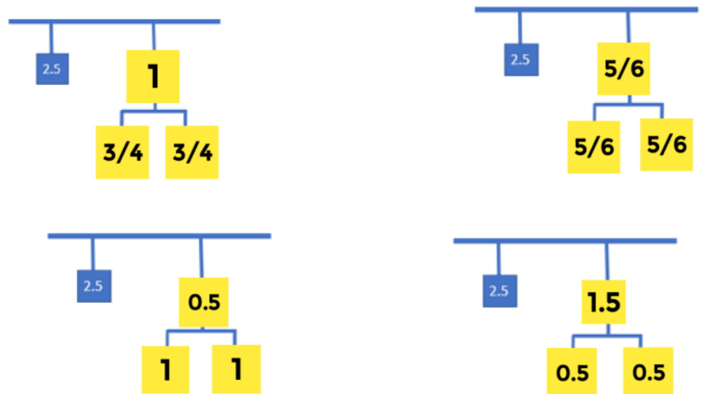
Las y los estudiantes del taller utilizaron la herramienta de etiqueta (espacios amarillos) para completar lo que hacía falta en los móviles. Los tres estudiantes que participaron oralmente expusieron que realizaron el cálculo: $1.5 \div 2$ para determinar los decimales en los espacios vacíos. A lo anterior, una de entre ellos (Guadalupe) complementó que era necesario utilizar equivalencias para hallar las tres soluciones diferentes que se solicitaron. Dicha participante comentó: *"En mi división utilicé los decimales escritos con punto. Por lo tanto, obtuve 0.75. Después vi que Lino ya lo había puesto y decidí buscar una equivalencia $0.75 = \frac{3}{4}$"*. Los demás participantes estuvieron de acuerdo con la estrategia. Incluso, la estudiante mencionó: *"También se puede poner en los espacios vacíos la equivalencia en fracción decimal: $0.75 = \frac{75}{100}$"* (Guadalupe).

3.2.1 Surgimiento de expresiones decimales periódicas

Para el segundo móvil (ver figura 3), algunos participantes no estaban convencidos de su respuesta. En este móvil los espacios vacíos eran tres y al utilizar la estrategia anterior obtienen una expresión decimal periódica ($2.5 \div 3 = 0.83\underline{3}$). Al compartir sus resultados con los demás surge y se pone en discusión la idea de aproximación que subyace en las expresiones decimales periódicas, pues hay quien percibe que afecta el equilibrio de los móviles. Entonces, surge el siguiente diálogo:

> Conductor: Dánae e Ignacio: ¿Por qué no están convencidos de usar una expresión decimal periódica?
> Ignacio: porque el móvil se va a inclinar a la izquierda.
> Dánae: Sí, al sumar tres veces $0.833\underline{3}$ se obtiene $2.499\underline{9}$ y eso es más pequeño que 2.5.

Figura 2.
Respuestas al segundo móvil



Fuente: Actividad de sesión 1.

3.2.2 Usar expresiones decimales finitas y fracciones para no perder exactitud

La idea expresada por Guadalupe al comentar las respuestas al móvil anterior, y aceptada por los demás participantes, involucra el uso de fracciones y expresiones decimales finitas evitando las expresiones decimales periódicas. Señala que si utiliza fracciones en vez de las expresiones decimales periódicas se puede asegurar el equilibrio de los móviles.

> *Guadalupe: Es mejor utilizar fracciones o decimales finitos. Por ejemplo: tres veces* $\frac{5}{6}$ *porque es igual a* $\frac{15}{6}$ *que es equivalente a* $\frac{5}{2}$ $y,\ por\ tanto, igual\ a$ 2.5 (Sesión 1).

Guadalupe se refiere a la respuesta que se ve en la figura 2. Los estudiantes del taller, al finalizar esta sesión, concluyeron que la idea de aproximación, al utilizar expresiones decimales periódicas, no produce el efecto que se espera para mantener en equilibrio los móviles. Esto es, este tipo de expresiones no son equivalentes a las fracciones correspondientes, sino sólo una aproximación al valor de éstas.

3.3 Sesión 2: Identificar y comprender la propiedad de densidad de los decimales

En esta sesión se buscó que las y los participantes comprendieran la propiedad de densidad de los decimales. Es decir, promover la idea acerca de la cantidad infinita de números que hay entre otros dos decimales dados y crear un lenguaje común al designar este aspecto como propiedad de densidad.

Consigna. La instrucción —planteada en un formulario de Google— fue resolver los siguientes ejercicios:

a) Anota cuatro números que vayan entre: 13.041 y 13.042
b) ¿Cuántos números van entre 0.40 y 0.50?
c) ¿Creen correcto considerar que entre 7.200 y 7.300 hay 99 decimales, porque si llegas al 100, llegas al 7.300?

Las preguntas dieron lugar a dos tipos de estrategias de solución, que se exponen a continuación:

- Estrategia 1. Agregar ceros después de la última cifra significativa a los extremos del intervalo para intercalar decimales entre estos.

El conductor del taller se dirigió a una estudiante para que compartiera con los demás el procedimiento utilizado para resolver el ejercicio a). En el siguiente episodio se expone la respuesta:

> Carmen: Yo puse 13.0411, 13.0412, 13.0413 y 13.0414. Para encontrarlos agregué un cero en 13.041, o sea, 13.0410 (aquí aún no queda clara la solución, lo que se identifica es el agregar ceros como estrategia que permite intercalar decimales)(Sesión 1).

- Estrategia 2. Considerar la *densidad restringida*. La pregunta: *¿Cuántos números van entre 0.40 y 0.50*?, dio pie a una reflexión más detenida sobre la propiedad de densidad, como se ve en las respuestas siguientes:

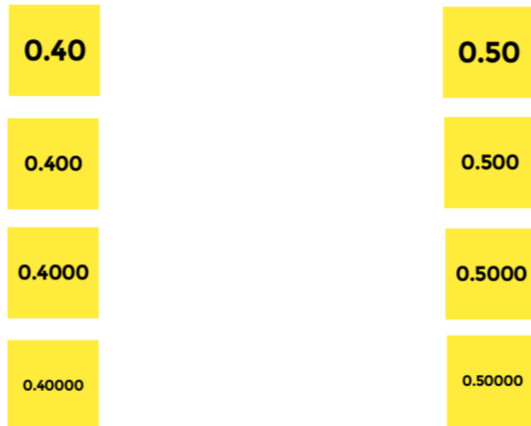
> Victoria: Nueve porque son centésimos.
> Elizabeth: ¡Hum! ¿Es así como dice Victoria? Porque centésimos son 9, milésimos 99 y después 999 con el decimal que dijo Guadalupe hace rato (se refiere a diezmilésimos).
> Guadalupe: Bueno, son nueve entre esos, pero también hay milésimos y diezmilésimos. Lo podemos hacer exponencial para saber cuántos hay: 9×9 y luego por los otros 9 que puede haber. ¡Según yo!
> Ignacio: Seria difícil describirlo, pues son demasiados. Creo que no solo hay centésimos, sino que también hay milésimos, diezmilésimos, cienmilésimos y millonésimos.
> Guadalupe: ¡Guau! Ignacio sabe los nombres de los decimales (Sesión 2).

En los razonamientos anteriores se pueden percibir dos formas de restringir la densidad. En la primera forma, Victoria solo intercala 9 decimales porque los números de la pregunta refieren a centésimos y considera, que entre 40 y 50 hay sólo esos números. En la segunda forma, que asumen tres de los participantes, se intercalan tantos decimales como convenga, conforme al nombre a la última cifra de la parte decimal que se ha memorizado (milésimos, diezmilésimos, millonésimos…).

El conductor del taller intervino para aclarar que entre dos decimales dados es posible intercalar un infinito número de decimales, idea que ya comenzaba a configurarse en las respuestas de Ignacio y Guadalupe. Para ello presentó en una pizarra digital los decimales de la pregunta junto con algunas equivalencias escritas con punto y obtenidas agregando ceros (véase la figura 3).

Figura 3.

Equivalencias de los decimales 0.40 y 0.50 escritas por el conductor



Fuente: elaboración propia, 2022

En su intervención el conductor comentó a las y los participantes:

> Me parece interesante su estrategia de agregar ceros, pero nadie ha dicho cuál es su significado [es decir, qué ocurre cuando se agregan los ceros]. De esta manera, en la pizarra digital estoy utilizando la estrategia expuesta por ustedes con los decimales: 0.40 y 0.50. Con la intención de encontrar el significado de agregar ceros y definir el número de decimales que se pueden intercalar entre los decimales dados (Sesión 2).

El conductor prosiguió, cuestionando a las y los participantes sobre lo que se estaba presentando en la pizarra digital. A continuación, se muestran las respuestas de los asistentes:

> Conductor: Lino, ¿Crees que los números de la izquierda [en la figura] son equivalentes [entre sí]?
> Lino: Sí, porque no cambia su valor si le agregamos ceros.
> Guadalupe: También opino que son equivalentes, ya que, en $\frac{40}{100}$ hay $\frac{400}{1000}$
> Conductor: Elizabeth, ¿Crees que los del lado derecho también son equivalentes [entre sí]?
> Elizabeth: Sí, son equivalentes.
> Conductor: Entonces, ¿Qué significa agregar ceros a la última cifra significativa, en la parte decimal?
> Los participantes: (Respuesta unificada) Que obtenemos números equivalentes [al decimal dado].
> Conductor: En la escritura con punto, ¿son las únicas equivalencias que hay?
> Dánae: No, porque se pueden agregar más ceros.
> Conductor: Ignacio, ¿Cuál es el nombre del decimal 0.400000?
> Ignacio: (Tarda en contestar). Creo que es cuatrocientos mil millonésimos.
> Conductor: ¿Crees que le puedas agregar otro cero sin que su valor cambie? Si tu respuesta es afirmativa, ¿Qué nombre recibe ese decimal?

> Ignacio: Si le agrego otro cero el decimal es equivalente, pero no sé cómo se llama, solo sé hasta millonésimos.
> Conductor: Entonces jóvenes, ¿Qué número de decimales hay entre 0.40 y 0.50?
> David: La cantidad de decimales intermedios es infinita, porque se les puede agregar ceros, ya que, [de ese modo] encontrar sus equivalentes (Sesión, 2).

En el anterior diálogo se puede constatar la necesidad sentida de agregar ceros para "*alargar*" los números y facilitar el entendimiento de qué decimales pueden insertarse entre otros dos.

3.2.2 Una definición en común de la propiedad de densidad de los decimales

En la pregunta *c)*, las y los participantes mencionaron lo siguiente:

> Victoria: Había puesto que era correcto, pero no es así porque existe infinita cantidad de decimales.
> Guadalupe: Es incorrecto. Puedo poner entre esos dos decimales el número 7.29999 y continuar escribiendo otro 9 y luego muchos más sin llegar a 7.300.
> Lino: También se puede poner 7.201, 7.2001, 7.20001. Entonces, no puedes decir qué decimal es el más chiquito entre 7.200 y 7.300 (Sesión 2)Ta.

Con el fin de iniciar la formalización de la propiedad de densidad y cerrar la sesión 2, se proporcionó a los asistentes del taller la siguiente definición: "Entre dos decimales siempre es posible incorporar otro decimal, esto se conoce como la propiedad de densidad de los decimales (válida para todos los racionales)" (Ávila y García, 2008).

3.4 Sesión 3: Percibir el efecto de las multiplicaciones y divisiones que implican un decimal positivo menor que uno

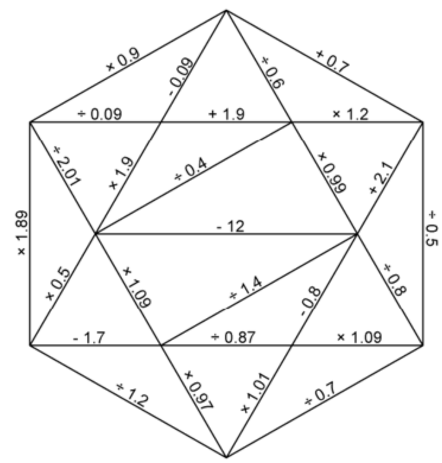
Para esta sesión se propuso a las y los participantes la situación didáctica *Maze Playing Board (*En adelante laberinto), elaborada por el National Council of Teachers of Mathematics (2008). Esto con la intención de reflexionar sobre sus ideas de multiplicación y división con los decimales y, en su caso, reconstruir dichas ideas.

Consigna. Para introducir la actividad, se presentó a los estudiantes del taller una primera pizarra digital donde se añadió la imagen del laberinto junto con la consigna.

1. Sin hacer cálculos elige el camino que consideres te dará más puntos y márcalo con algún color. Las reglas son las siguientes:
    a) Al empezar el juego tienes 100 puntos.
    b) Debes llegar a la meta siguiendo el camino de las operaciones que pienses te dará más puntos.
    c) No podrás pasar dos veces por el mismo segmento ni por el mismo punto.

Figura 4.

Laberinto de los decimales



Fuente: elaborado por NCTM, 2008.

Como era de esperarse, las y los participantes intuyeron los resultados de las operaciones a partir de sus conocimientos previos (originados por las ideas sobre los números naturales). Consideraron que sus trayectos debían pasar por las adiciones y las multiplicaciones para obtener resultados mayores y, por el contrario, se debía evitar las restas, así como las divisiones porque darían resultados menores. En seguida, se muestran los primeros caminos correspondientes a los trayectos elaborados por los estudiantes sin realizar ningún cálculo, solo seleccionando las operaciones:

Tabla 1.

Primeros trayectos sin cálculo

Carmen: $100 + 0.7 \times 1.2 + 1.9 \times 1.9 \times 0.5 - 1.7 \times 0.97 = 111.455..$
Dánae: $100 \times 0.9 \times 1.89 - 1.7 \times 0.97 = 163.348$
David: $100 \times 0.9 \times 1.89 \times 0.5 \times 1.09 \times 0.97 = 89.923...$
Lino: $100 + 0.7 \times 1.2 \times 0.99 - 0.8 \times 1.01 = 120.019...$
Elizabeth: $100 - 0.09 \times 1.9 \times 1.09 \times 0.97 = 200.706...$
Guadalupe: $100 \times 0.9 \times 1.89 \times 0.5 \times 1.9 + 1.9 \times 0.99 - 0.8 \times 1.01 = 162.670...$
Ignacio: $100 + 0.7 \times 1.2 + 1.9 \times 1.9 \times 1.09 \times 0.97 = 246..568 ....$

Fuente: Sesión 3.

Se ve cómo en los trayectos propuestos predominan las multiplicaciones y las sumas. Sin embargo, dos estudiantes, al reflexionar sobre la estrategia anterior, manifiestan inconformidad: están de acuerdo que se deben evitar las divisiones y las restas; también coinciden en que las sumas aumentan, pero no están seguros de que suceda lo mismo con todas las multiplicaciones implicadas en el laberinto. Su hipótesis (correcta) es que si se multiplica por un decimal menor que uno el resultado disminuye. El conductor pidió entonces trazar un nuevo camino en el laberinto; esta vez usarían calculadora para realizar las operaciones.

Se les propuso que, antes de elegir un nuevo trayecto, usarán la calculadora para realizar las operaciones del primero. Según el conductor del taller, esta tarea era necesaria para que los participantes confirmaran o reconstruyeran sus ideas acerca de las operaciones involucradas en el laberinto. Los estudiantes del taller coincidieron que era necesario reconsiderar sus trayectos.

3.4.1 El efecto de las divisiones que implican un divisor menor que 1

Mientras se elaboraba el segundo trayecto, Ignacio comentó lo siguiente: "Creo que hay divisiones que aumentan los resultados. Por ejemplo: $100 \div 0.6 = 166.666...$". Las y los participantes, sorprendidos por el resultado de la operación mencionada por Ignacio, se interesaron por saber el efecto en la división al tener como divisor un decimal positivo menor que uno.

Algunos de los participantes manifestaron que percibieron el efecto de las divisiones involucradas, gracias al comentario que hizo Ignacio durante la realización del segundo trayecto. Por el contrario, otros dos no utilizaron en el segundo laberinto la estrategia de pasar por las divisiones que aumentan puntos, pero están de acuerdo con los razonamientos expresados por sus compañeros. En el segundo laberinto, los caminos desarrollados por los participantes corresponden a los siguientes cálculos:

Tabla 2.

Segundo laberinto de cálculos

Consideran las divisiones que aumentan puntos
Dánae: $100 - 0.09 \div 0.09 \times 1.89 \times 0.5 \div 0.4 \times 1.2 \div 0.5 \div 0.7 = 8991.9$
Guadalupe: $100 - 0.09 + 1.9 \div 0.4 \times 1.09 \div 0.87 - 0.8 + 2.1 \div 0.5 \div 0.7 = 914.821 \ldots$
David: $100 + 0.7 \div 0.5 \div 0.8 \times 0.99 \div 0.4 \times 1.09 \div 0.87 \times 1.01 = 1374.3596$
Carmen: $100 \div 0.6 + 1.9 \times 1.9 \times 1.09 \div 0.87 - 0.8 + 2.1 \div 0.5 \div 0.7 = 1150.1890 \ldots$
Elizabeth: $100 \times 0.9 \div 0.09 + 1.9 \div 0.4 - 12 + 2.1 \div 0.5 \div 0.7 = 7128.14$
Evitaron las divisiones
Lino: $100 \times 0.9 \times 1.89 \times 0.5 \times 1.09 \times 0.97 = 89.9233\ldots$
Victoria: $100 + 0.7 \times 1.2 + 1.9 \times 1.9 \times 1.09 \times 0.97 = 246.5868 \ldots$

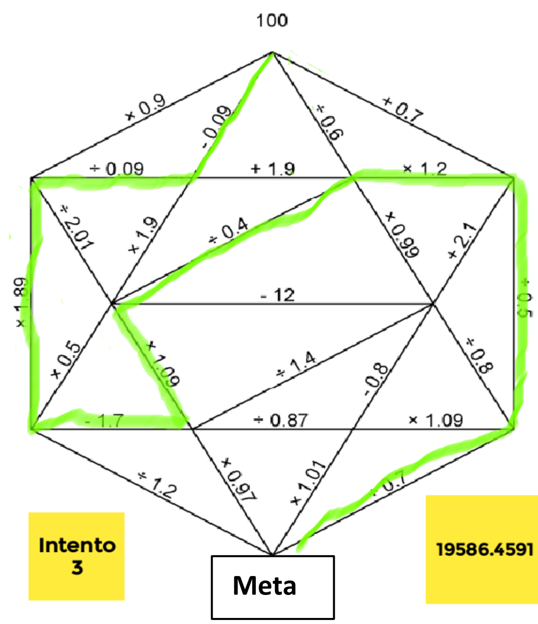
Fuente: sesión 3.

A diferencia de los primeros trayectos, donde se consideran solo las sumas y las multiplicaciones, ahora la mayoría realiza sus trayectos utilizando las divisiones en las que el divisor es un decimal positivo menor que 1. De ahí que la idea subyacente, ante la construcción de este nuevo trayecto, sea que existen divisiones en las que el cociente es mayor que el dividendo.

Mientras se discutían los resultados, Ignacio elaboró un tercer camino. Sorprendido por su hallazgo anterior comenta*: "Encontré un camino que da muchos puntos, quisiera compartirlo con mis compañeros"*. En la ilustración siguiente se observa el nuevo trayecto trazado por Ignacio, el cual ahora incluye todas las divisiones con divisor menor que 1 que le fue posible.

Figura 5.

Resultado del tercer laberinto



Fuente: situación tomada de NCTM, 2008 y logro de actividad en sesión 3.

Al final de la sesión 3, ante la pregunta "*¿A qué creen que se debe el resultado de Ignacio?"*, los estudiantes comentaron que los puntos obtenidos se lograron porque, sin importar las restas, usó divisiones entre decimales menores que un entero y multiplicaciones por decimales mayores que 1.

4. Discusión

Existen estudios que exponen una débil comprensión de los decimales por parte de estudiantes para profesor y profesores en servicio (Stacey, 2004; Widjaja, 2008; Ávila, 2008; Suárez, 2017; Barriendos, 2019). Esto último, es relevante, pues son las y los profesores quienes favorecen, o no, en sus futuras alumnas y alumnos, la construcción de conocimientos matemáticos sobre los decimales.

De acuerdo con Ávila (2008) y Barriendos (2019), muchas profesoras y profesores de educación primaria presentan limitaciones en cuanto al conocimiento matemático de los decimales en varios aspectos:

- Definir qué es un número decimal (en su mayoría los definen como los números que llevan punto).
- En general, desconocen la propiedad de densidad de los números decimales.
- Piensan que en los decimales es posible hallar un antecesor y un sucesor.
- Desconocen la relación existente entre las fracciones y las expresiones decimales.
- Interpretan, desde el comportamiento de los naturales, los resultados de la multiplicación y división con decimales: las divisiones siempre achican y las multiplicaciones siempre agrandan.

Estas limitaciones observadas en el conocimiento de los decimales son resultado, muy probablemente, de la enseñanza limitada que empezó desde la educación básica que ellos recibieron. Pero esta situación parece mantenerse durante los procesos de formación para convertirse en docentes de educación primaria, como se muestra en los datos arrojados en el instrumento de evaluación realizado de manera a priori al taller.

A lo anterior se puede agregar que, algunos estudios internacionales se han preguntado acerca de si los futuros profesores cuentan con el dominio de conocimiento suficiente para la enseñanza de los decimales. Al respecto, en Indonesia, Widjaja et al. (2008) reportaron las ideas erróneas que tienen los profesores en formación inicial sobre la propiedad de densidad. De acuerdo con estas autoras, el problema se origina al tratar de comprender dicha propiedad a través de los conocimientos preexistentes acerca de la característica discreta de los números naturales.

Por otra parte, Steinle y Stacey (2004) hallaron que algunos estudiantes para profesor en Australia mantienen ideas erróneas identificadas en estudiantes de educación básica. Algunos de los errores que cometían tenían que ver con las tareas de ubicar un decimal en la recta numérica y encontrar un decimal entre otros dos decimales dados. Las autoras mencionan además que las ideas erróneas sobre los decimales que tienen los profesores en formación pueden ser transmitidas a sus futuros estudiantes.

En el caso de México, Suárez (2017) afirma que entre los participantes en su estudio —estudiantes para profesor de matemáticas de nivel secundaria— prevalecían las siguientes creencias sobre los números decimales: existencia de un sucesor y un antecesor, entre dos decimales cualesquiera no hay posibilidad de incorporar otro o, en algunos, la presencia de una densidad ingenua, argumentan que hay infinito números decimales entre otros dos sin saber por qué.

En este sentido, es importante abordar actividades como las que se desarrollaron en este taller, con la intención de ampliar el conocimiento matemático de los decimales en futuros profesores de primaria, y que efectivamente, como se mostró en el apartado de los resultados, los participantes tuvieron una mejoría significativa. Los aprendizajes logrados fueron:

Sesión 1.
Las y los participantes lograron: a) realizar cálculos con expresiones decimales finitas y fracciones para encontrar equivalencias; b) constatar que para obtener valores exactos es necesario considerar fracciones y expresiones decimales finitas, que las expresiones decimales periódicas son aproximaciones al valor de las fracciones; c) reforzaron y, en algunos casos, reconstruyeron la idea de equivalencia entre diferentes representaciones simbólicas de los decimales.

Sesión 2.
Brindó la oportunidad de que los participantes concluyeran tres cosas. La primera, agregar ceros a la derecha de la última cifra significativa, en la parte decimal de un número, significa encontrar decimales equivalentes. La segunda, no existe un antecesor y un sucesor en los decimales. La última, definir que hay una cantidad infinita de números entre otros dos decimales dados. Es interesante también la observación de una estudiante que afirma: [...] no puedes decir qué decimal es el más chiquito entre 7.200 y 7.300.

Sesión 3
Se logró que los participantes reconstruyeran la idea que tenían sobre los efectos de la multiplicación y la división con decimales mediante la experiencia de utilizarlos en la situación del laberinto.

5. Conclusiones

5.1 Sobre el trabajo a distancia

En el momento de instrumentar el taller, se hizo necesario recurrir a herramientas tecnológicas para realizar vía remota la actividad planeada. Sin duda, Google Meet, plataforma usada por disposición de la Secretaría de Educación Pública, es una aplicación digital con la que se cuenta para el ejercicio docente a distancia. No obstante, se debe decir que, una plataforma nunca sustituirá a la práctica de enseñanza en el aula, especialmente por la cercanía física y la retroalimentación inmediata, pero ante casos como el del confinamiento por el COVID-19 puede ser una alternativa.

Cabe reiterar que los participantes en el taller se conectaban mediante un teléfono celular. Por lo que, mantener y garantizar una buena conexión a las sesiones vía remota no está en manos de quien conduce una clase a través de una videollamada. Esto en algunas ocasiones impactó la fluidez que se llevaba durante la sesión y se perdió tiempo valioso que pudo ser ocupado en actividades de aprendizaje.

A pesar de eso, la comunicación se logró a través de formularios de Google, captura de pantalla, compartir presentaciones, mensajes a través de Google Meet y el uso de pizarras digitales. La interacción, si bien dificultada por los problemas de conexión, fue posible, y permitió la revisión de ideas previas sobre estos números y la construcción social de ideas nuevas a pesar de la lejanía física de los participantes. Una limitante es probablemente la imposibilidad de mirar de manera inmediata las respuestas de todos los participantes, ya que se hacía necesario esperar a que éstos ofrecieran las respuestas para conocerlas y discutirlas. En tal sentido, el coordinador del taller animó a la participación, la cual fue fundamental para que se lograra la construcción social del conocimiento.

5.2 Sobre el conocimiento matemático

Antes de implementar el taller, se constató que algunas de las dificultades con el conocimiento matemático de los decimales que presentan los alumnos de primaria, los muestran también los estudiantes para profesor. Tales dificultades se relacionan con:

- La identificación de un número decimal.
- El orden entre decimales (asignando antecesor y sucesor de un número, como en los naturales).
- El uso de la noción de equivalencia para resolver problemas.
- El conocimiento y comprensión de la propiedad de densidad
- La comprensión de los resultados de multiplicar o dividir usando números positivos menores que 1.

Es importante considerar que, con la intención de superar esas dificultades, se pueden implementar actividades para trabajar cada uno de los aspectos antes mencionados, incluso mediante el trabajo vía remota. En esta experiencia se constató que las ideas erróneas o insuficientes sobre los decimales pueden superarse mediante trabajo constructivo frente a situaciones pertinentes. La interacción y discusión de las ideas que van surgiendo durante el proceso se observó como fundamental en el aprendizaje de nuevos conocimientos. De igual modo, la participación del coordinador del curso se mostró esencial para orientar el proceso e ir incorporando formalizaciones consideradas útiles.

Se puede afirmar que los estudiantes que ingresan a la Licenciatura de Educación Primaria presentan dificultades con el conocimiento de los decimales que no lograron superar a lo largo de su estancia en los niveles de educación básica y medio superior. Por tanto, el reto de las instituciones que reclutan a dichos estudiantes debe ser dar los apoyos necesarios para completar o robustecer su formación matemática en general y de los decimales en particular, o de lo contrario, muy probablemente transmitirán conocimientos erróneos —alrededor de este contenido— a sus futuros alumnos.

Agradecimiento

Quiero expresar un amplio agradecimiento a la Dra. Alicia Ávila Storer por sus valiosas orientaciones y sugerencias que contribuyeron a la construcción de este artículo. Cada espacio que dedique al pensamiento matemático, indudablemente, me invitará a recordar: su enorme capacidad intelectual, su extraordinaria habilidad para formar docentes, el contenido de sus valiosos textos y, ante todo, los momentos convividos, los pequeños detalles que tienen que ver con la individualidad de cada persona.

Conflicto de interese

No existe conflicto de intereses.

Financiamiento

No se recibió ningún financiamiento para la realización de esta intervención educativa.

Proyecto

Este artículo es parte de una investigación de grado que se realizó en la Maestría en Desarrollo Educativo, en la línea de matemáticas, adscrita a la Universidad Pedagógica Nacional.

Referencias

Ávila, A. (2008). Los profesores y los decimales. Conocimientos y creencias acerca de un contenido de saber cuasi invisible. *Educación Matemática*, 20(2), 5-33. https://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v20n2/v20n2a2.pdf

Ávila, A. y García, S. (2008). Los decimales: más que una escritura. México. INEE. https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/01/P1D402.pdf

Ball, D., Hill, H., y Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: ¿Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(1), 14-46.

Ball, D. (2017). Uncovering the special mathematical work of teaching. *En Proceedings of the 13th international congress on mathematical education* (pp. 11-34). Springer, Cham.

Barriendos, A. (2019). *Enseñar los números decimales en la primaria: Una ingeniería didáctica para maestros* [Tesis de Doctorado en Pedagogía, UNAM]. Archivo digital. https://ru.atheneadigital.filos.unam.mx/jspui/handle/FFYL_UNAM/844

Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactiques des décimaux. *Recherches en Didactique des Mathématiques Grenoble*, *2*(1), 37-125.

Centeno, J. (1997). *Números decimales ¿Por qué? ¿Para qué?* Madrid: Editorial Síntesis.

Freudenthal, H (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Dordrecht: Reidel. 1 traducción de Luis Puig, publicada en Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados. CINVESTAV.

Hill, H., Ball, D., y Schilling, S. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for research in mathematics education*, 39(4), 372-400.

NCTM (2008*). Maze playing board*. Disponible en http://illuminations.nctm.org, consultada el 28 de diciembre de 2022.

Saiz, I., Gorostegui E. y Vilotta D. (2011). Problematizar los conjuntos numéricos para repensar su enseñanza; entre las expresiones decimales y los números decimales. *Educación Matemática*, 23 (1), 123-151.

Secretaría de Educación Pública [SEP] (2001). *Libro de matemáticas. Quinto grado.* SEP.

Secretaría de Educación Pública [SEP] (2018*). Plan de Estudios. Aritmética. Números decimales y fracciones. Licenciatura en Educación Primaria*. SEP.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*, 57(1), 1-23.

Steinle, V. y Stacey, K. (2004). Persistence of decimal misconceptions and readiness to move to expertise. In M. J Holnes y A. B. Fuglestad (Eds.*), Proceedings of the 28th PME International Conference*, 4, 225- 232.

Widjaja, W. Stacey, K y Steinle V. (2008), Misconceptions about Density of Decimals: Insights from Indonesian Pre-service Teachers. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*. 31 (2), 117- 131.