

Sumas y restas de polinomios con coeficientes enteros: Una propuesta con material didáctico

María Guadalupe Serafín Córdova¹, Nancy Janeth Calvillo Guevara² Elvira Borjón
Robles², Mónica del Rocío Torres Ibarra²

¹ Colegio de Bachilleres del Estado de Zacatecas

² Universidad Autónoma de Zacatecas, Unidad Académica de Matemáticas

cordolup@hotmail.com

Resumen: Este proyecto parte de la inquietud de una profesora de matemáticas del nivel bachillerato al observar que sus estudiantes comenten errores al realizar sumas y restas de polinomios con coeficientes enteros, sobre todo cuando involucran números con signo negativo. El objetivo de este trabajo es proponer una secuencia didáctica para este tema mediante el uso del material didáctico “El contenedor”. Como marco teórico se utilizan elementos de la Teoría de Situaciones Didácticas y como metodología, Ingeniería Didáctica. La propuesta contribuye para que sus estudiantes se apropien de este conocimiento y logren realizar tareas de manera autónoma.

Palabras clave: Polinomios, material didáctico.

Abstract: This work is based on the concern of a math teacher at the high school level when observing that his students make mistakes when performing addition and subtraction of polynomials with integer coefficients, especially when they involve numbers with a negative sign. The purpose of this paper is to present the results of the application of a didactic sequence for this topic by using the didactic material "The container". As a theoretical framework, elements of the Theory of Didactic Situations is used and as a methodology, Didactic Engineering. The proposal contributes so that their students appropriate this knowledge and manage to perform tasks autonomously.

Keywords: polynomials, teaching material.

1. Introducción

Este trabajo surge a raíz de la experiencia como docente de una de las autoras de este trabajo en las aulas del Colegio de Bachilleres del Estado de Zacatecas (COBAEZ), al identificar problemas para el aprendizaje en el área de Matemáticas con los alumnos de primer semestre, esto seguido por la actitud de rechazo y temor de éstos hacia la disciplina.

Pero, ¿qué dicen las investigaciones con respecto a esto? A continuación se presenta la revisión de algunos trabajos relacionados con el tema que nos interesa: álgebra, suma y resta de polinomios y materiales didácticos.

1.1 Antecedentes

Cabe señalar que el Álgebra tiene gran presencia como contenido matemático desde la secundaria hasta la universidad [1]. Esta materia prepara a los estudiantes para el futuro, con destrezas tales como: resolver problemas y pensar de forma crítica, ésta puede ayudar a los estudiantes a tener éxito en el trabajo y en la vida aún si no continúan sus estudios después de la preparatoria [2]. Sin embargo, según Cuesta, Escalante y Méndez [3] aún los estudiantes universitarios siguen evitando cualquier acercamiento algebraico y retornan a procedimientos de carácter aritmético. Esta área, al igual que otras disciplinas han pasado por la insatisfacción generalizada sobre las formas

tradicionales de la enseñanza de la misma, dadas las dificultades y errores que tienen los alumnos [1].

Al respecto, en el trabajo de Ruano, Socas y Palarea [4, p. 67] acerca del análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en procesos algebraicos, se encuentra que en uno de los tipos de errores cometidos el alumno “no encuentra sentido al uso del lenguaje algebraico en determinados contextos, no sabe cómo trabajar con letras o éstas no tienen significado para él”.

Ahora, de manera específica, con respecto al tema de suma de expresiones algebraicas, Guzmán [5] estudia en la educación secundaria el conocimiento que manifiestan dos profesoras en formación continua sobre las dificultades de aprendizaje inherentes a este tema. Se observa que las profesoras reconocen que los alumnos pueden tener dificultades para distinguir términos semejantes o proceder de manera mecánica al realizar las sumas de expresiones algebraicas y para minimizar esto, proponen que razonen y reflexionen al construir este conocimiento, mediante la argumentación de su manera de proceder en las actividades.

En cuanto a propuestas para estudiantes se tiene el trabajo de Villarroel y Romero [6], quienes plantean el uso de la herramienta didáctica “la caja de polinomios” para trabajar la suma y resta de éstos con alumnos de grado octavo (tercero de Secundaria) de una institución educativa de Medellín, Colombia,

como resultado, observan que la mayoría de los estudiantes alcanzaron niveles de apropiación adecuados y parecidos a los que se obtendrían sin el uso del material didáctico.

A su vez, Martín [7] para enseñar polinomios propone utilizar Eduslide, una plataforma interactiva que permite crear cursos de forma gratuita. Tiene como objetivo dotar al álgebra de significación y asegurar la correcta transición desde el área de la aritmética, a través de la incorporación de esta herramienta como complemento a la clase de Matemáticas. Esta investigación concluye que el uso adecuado de la tecnología aumenta la motivación y participación del estudiante, así que se invita al profesor a explorar dentro de este campo digital para descubrir todos los software libres que están a nuestra disposición.

Por otro lado, autores como Garrido [8] y Velazco [9] señalan la importancia del uso de materiales didácticos para que los estudiantes logren aprendizajes, o una mejor comprensión de las matemáticas por parte del alumnado. Este tipo de trabajos reafirman lo que Muñiz, Alonso y Rodríguez [10] presentan al concluir que los logros en matemáticas aumentan a través del uso a largo plazo de materiales concretos y que las actitudes de los estudiantes hacia las Matemáticas mejoran cuando su instrucción es proporcionada por maestros que conocen su uso.

1.2 Planteamiento del problema

Se identifica que existen problemas con el aprendizaje de las sumas y restas de expresiones algebraicas, por ejemplo, el uso incorrecto de la propiedad distributiva, de los recíprocos y de la cancelación, además de errores relativos al propio lenguaje algebraico [5-7], y si a esto le sumamos que la exposición meramente formal de los temas resulta insuficiente para mejorar el aprendizaje [8], obtenemos como resultado la nula o poca comprensión del tópico matemático que se desea abordar.

Por otro lado, coincidimos con Velazco [9] y Tamayo [11] en el señalamiento de que actualmente es necesaria la utilización de material didáctico para la mejora del aprendizaje de las Matemáticas y es por esta razón que se está proponiendo el uso de éste para contribuir o ayudar a las tareas del aprendizaje de las matemáticas.

Así el objetivo de este trabajo es proponer una secuencia didáctica para abordar el tema de suma y resta de polinomios con coeficientes enteros, mediante el uso de material didáctico, para estudiantes del primer semestre en la clase de Matemáticas I, del Colegio de Bachilleres plantel “Luis Moya”.

2. Fundamento teórico y metodológico

En este apartado se describirán elementos de la Teoría de Situaciones Didácticas y de la Ingeniería Didáctica.

2.1 Teoría de Situaciones Didácticas (TSD)

Esta teoría propuesta por Brousseau [12] se considera dado que se busca el desarrollo de una propuesta para la enseñanza del tema “Suma y resta de polinomios con coeficientes enteros”, pues en ésta se plantea la producción de conocimientos para controlar y producir acciones sobre la enseñanza.

Según Panizza [13, p. 60] “se trata de una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones para una génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea”. Es así que, permite diseñar y explorar un conjunto de secuencias de clase, concebidas por el profesor, con el fin de disponer de un medio para realizar el proceso de enseñanza y aprendizaje de un conocimiento nuevo. Según esta autora, Brousseau distingue cuatro tipos de situaciones en los procesos didácticos: acción, formulación, validación e institucionalización.

Con respecto a materiales didácticos, se entenderán como todos aquellos objetos diseñados con un fin didáctico, que el alumno pueda tocar directamente con sus manos, además de tener la posibilidad de intervenir sobre ellos haciendo modificaciones [14].

2.2 Ingeniería Didáctica

La Ingeniería Didáctica es utilizada como metodología de investigación, ésta “designa un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de manera coherente por un profesor-ingeniero, con el fin de realizar proyecto de aprendizaje para una población determinada de alumnos” [15, p. 61]. Su desarrollo comprende cuatro fases: análisis preliminares, concepción y análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori y validación.

2.2.1 Análisis preliminares: Esta primera fase está constituida por las dimensiones: epistemológica, cognitiva y didáctica. La exploración de éstas nos permite señalar lo siguiente:

Con relación a la dimensión epistemológica se observa que desde siglos anteriores se trabaja con el Álgebra, aunque no de la forma en que se representa ahora; pues por mucho tiempo los problemas han sido resueltos utilizando recursos verbales o geométricos [16] hasta evolucionar en las estrategias algebraicas que se utilizan hoy en día.

En la dimensión cognitiva se aplica un cuestionario del cual se deduce que cuando se aborda el tema de suma y resta de polinomios en primer semestre, los estudiantes tienden a omitir realizar el cambio de signos para el sustraendo, y así poder llevar a cabo la operación de la resta. Además, no han logrado identificar que al realizar sumas o restas de polinomios tienen que identificar primero quiénes son términos semejantes.

En cuanto a lo didáctico, a partir del análisis de algunas planeaciones de profesores que han impartido Matemáticas I, se reconoce que dentro del COBAEZ, plantel Luis Moya, se ha estado trabajando de una manera tradicional, misma que podría romperse al incorporar material didáctico.

Todo esto nos da elementos para pasar a la segunda fase de la ingeniería didáctica.

2.2.2 Concepción y análisis a-priori: ésta consiste en el diseño de una propuesta alternativa para abordar el tema de sumas y restas de polinomios con el uso de material didáctico. A grandes rasgos, en la secuencia didáctica se presentan tareas algebraicas en las que los estudiantes en forma individual y en parejas, deben resolver, partiendo de sus conocimientos previos.

Las actividades se implementan en dos sesiones de 50 minutos aproximadamente cada una. La primera, conformada principalmente por la presentación, manejo y uso del contenedor como material didáctico. La segunda, para la puesta en escena de conocimientos adquiridos a través del uso del contenedor como material didáctico, viéndose reflejados en ejercicios con sumas y restas de polinomios, pero ya sin la ayuda de éste. Cabe mencionar que el diseño de las actividades propuestas, inducen a pasar por situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización [17].

En la sesión 1, se espera presentar el material didáctico “El contenedor” (Figura 1), y su funcionamiento a través de los siguientes lineamientos:

Cada cajón debe tener nombre (según el tipo de término que se quiera trabajar).

El depósito de las taparrosas será única y exclusivamente en el cajón del contenedor que le corresponda.

Los coeficientes enteros positivos deben representarse con las taparrosas verdes y los negativos con las taparrosas rojas.

Una taparrosca verde con una taparrosca roja, que se encuentren en un mismo cajón del contenedor, deberán eliminar.

Para el reporte de resultados, éstos estarán determinados por:

La etiqueta que corresponde al cajón de procedencia, el número de taparrosas restantes (después de la eliminación), y el color de las taparrosas (las verdes indican signo positivo y las rojas signos negativos).

Se espera trabajar la suma y resta de polinomios de igual manera en el contenedor. Pero como la resta consiste en sumar al minuendo el opuesto (inverso aditivo) del sustraendo [18], antes de realizar la resta, mediante el depósito de las taparrosas en cada uno de los cajones, el segundo polinomio (sustraendo) tiene que cambiar el signo de cada uno de sus términos.

Se propone que la maestra dirija la resolución de los ejemplos: $(a + b)$ y $(p - q)$ con “el contenedor”, intentando propiciar a través de preguntas la construcción del propio desarrollo de los anteriores dándoles solución (devolución).

Dichos polinomios son los siguientes:

$$\begin{aligned} a &= x^5 - 5x^4 + 8x^3 + 3x^2 + 4x - 7 \text{ y} \\ b &= 4x^5 + 2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 3, \\ p &= 5m^4 + 2m^3 + 4m^2 - 5m + 8 \text{ y} \\ q &= 3m^5 + 4m^4 - m^3 + 2m + 5. \end{aligned}$$

Además, los alumnos realizarán cuatro ejercicios más. Se espera que éstos participen de forma voluntaria en el desarrollo del proceso que habrá de dar solución a los ejemplos propuestos. Asimismo, que los propios escolares en un ambiente de respeto y participación encuentren sus propios errores y los de sus compañeros (en caso de haberlos) dentro de los ejercicios resueltos.

Se pretende que en la segunda sesión la profesora institucionalice la definición de suma y resta de polinomios. Después de esto, solicite a los estudiantes trabajar en parejas para resolver algunos ejercicios pero ahora sin ayuda del contenedor. Una vez terminados los ejercicios, en la parte del cierre de esta última sesión se procede a socializar y validar los resultados ob-



Fig. 1. El contenedor (material didáctico)

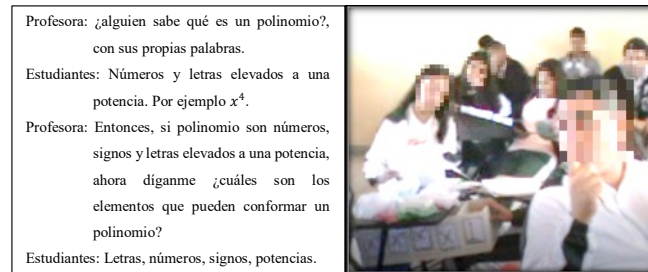


Fig. 2. Proceso realizado para la suma de polinomios.

tenidos en el grupo.

Algunas de las tareas propuestas para esta actividad (2) son las siguientes:

Sumar $(a' + b')$, con

$$\begin{aligned} a' &= 6a + 5b - 3c - 6d \quad \text{y} \\ b' &= a - 3b + 2c - 6d, \end{aligned}$$

y restar $(p - q)$, con

$$\begin{aligned} p &= r^3 + 3r^2s - 4rs^2 + s^3 \quad \text{y} \\ q &= 2r^3 - 3rs^2 + 2r^2s + s^3 \end{aligned}$$

2.2.3 Experimentación. En esta fase se trabaja con 47 estudiantes, 28 mujeres y 19 hombres, en donde cabe señalar que tres de éstos son identificados como alumnos con discapacidad. Tal como se tenía planeado, la actividad se lleva a cabo en dos sesiones. Se recopilan las hojas de trabajo, se toman fotografías y se video graban las actividades. Por otro lado, como tarea previa, cada equipo, con las instrucciones de la maestra, construye su propio contenedor. Además, para todo esto fue necesario solicitar la autorización de los papás de los jóvenes involucrados.

3. Análisis de Resultados

En este apartado se presentan las fases de análisis a posteriori y validación de la ingeniería didáctica, en las que se analiza lo sucedido en la fase de experimentación.

3.1 Análisis a posteriori

En este análisis se considera que en la situación de acción se logró la devolución [19], de manera que en el grupo se genera un ambiente de opinión, en el que los alumnos entran en el juego, realizando las tareas propuestas, pues mediante preguntas detonadoras a través de una lluvia de ideas se construyó en primera instancia una definición de manera informal sobre el tópico matemático, que después habría de reformularse (Figura 2).

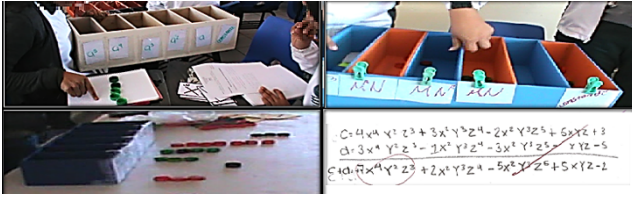


Fig. 3. Proceso realizado para la suma de polinomios.

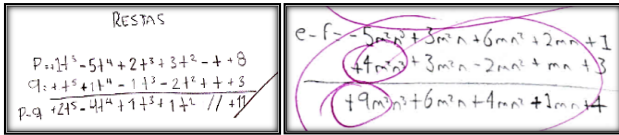


Fig. 4. Proceso frecuente realizado para la resta de polinomios y un ejemplo de error

Mientras los estudiantes explicaban su procedimiento, se escuchaba que algunos susurraban:
Estudiante: Están mal.
Estudiante: La resta no se hace así.
Estudiante: Se les olvidó cambiarles el signo a los de abajo.
Profesora: Guarden silencio, dejen que terminen sus compañeros. Por favor, observaciones hasta el final
Al concluir con su respuesta, los compañeros comienzan a señalar que está mal el resultado, expresando lo siguiente:
Estudiante: Pero aún no han acabado.
Estudiante: Pero, ¿no se supone que en la resta se cambiaban los signos?
Profesora: ¿a cuál polinomio?
Estudiante: Al de abajo, el cambio es de positivos a negativos, y de negativos a positivos, ¿recuerdan eso?

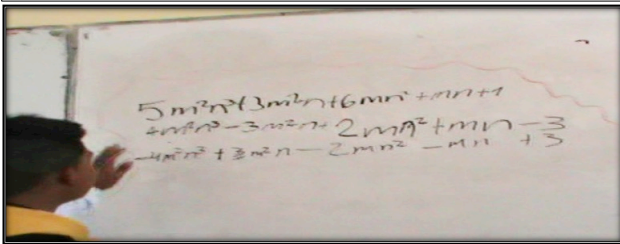


Fig. 5. Fragmento de diálogo en la validación y corrección de cambio de signos en el minuendo, para realizar la resta.

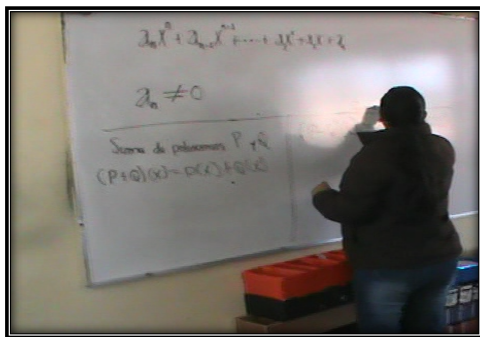


Fig. 6. Institucionalización, suma y resta de polinomios.

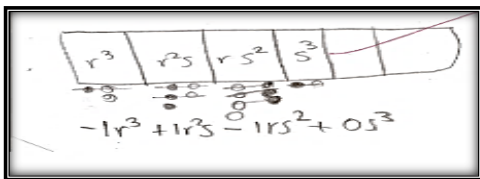


Fig. 7. Ejemplo de registro del diseño del contenedor en hoja de trabajo #2

En este mismo sentido, apareció una situación de acción – formulación en la que los alumnos, desde sus lugares, a la vez que la profesora iba explicando el funcionamiento del contenedor, ellos proponían estrategias de forma voluntaria y constante, en el desarrollo del proceso que dio solución a los ejemplos propuestos, esto guarda relación con lo observado por Muñiz, Alonso y Rodríguez [10], pues el material didáctico “el contenedor” y la dinámica empleada con base en la teoría de situaciones didácticas, ayudó a mejorar las actitudes hacia el aprendizaje de este tema.

En cuanto a la situación de formulación para la suma, todos los equipos realizaron con éxito los ejercicios propuestos con el uso del contenedor. La estrategia utilizada por la mayoría consiste en identificar las variables y escribirlas en las tarjetas del contenedor, hacer el depósito de las taparrosas en el cajón correspondiente, luego vaciarlas por cajón, eliminando las que son posibles y sumando las restantes, por último realizar el registro, de manera ordenada, en las hojas de trabajo (Figura 3).

Consideramos que el uso de este material didáctico “el contenedor” ayuda de manera considerable para que los estudiantes distingan quiénes son términos semejantes, que es uno de los principales problemas que Guzmán [5] ha detectado cuando se trabaja con suma de polinomios y que también había aparecido en nuestro análisis preliminar dimensión cognitiva.

Para la resta, en general, la principal estrategia fue hacer de forma directa el cambio del sustraendo, es decir, en sus hojas de trabajo escribieron el polinomio que corresponde al minuendo, posteriormente, debajo de éste, el polinomio que corresponde al sustraendo, ya con el cambio de signos para cada uno de sus términos. La segunda estrategia consiste en primero escribir ambos polinomios, minuendo y sustraendo; posteriormente volver a escribirlos, pero el sustraendo con el cambio de signos para cada uno de sus términos. Por otro lado, el error más frecuente sigue siendo en la resta, pues algunos alumnos omiten el cambio de signo a todo el sustraendo o a algunos de sus términos (ver Figura 4).

Al final de la sesión 1 se dio la situación de validación, en un ambiente de respeto y participación. Dos parejas pasaron a exponer su forma de trabajo, y con ayuda de sus compañeros confrontaron estrategias, esto se dio ya que uno de estos equipos había omitido el cambio de signos para el sustraendo, situación identificada por la mayoría de los demás estudiantes (Figura 5).

La situación de institucionalización se dio al inicio de la segunda sesión, en la que a partir de las estrategias propuestas se definió la suma y resta de polinomios, posteriormente los alumnos solucionaron las operaciones indicadas en las hojas de trabajo, ya sin contenedor (Figura 6).

En cuanto a esta sesión, se considera que el 90% de los estudiantes obtienen calificaciones aprobatorias. La mayoría de las estrategias encontradas, coinciden con las ya identificadas, salvo que algunos estudiantes (20%), para apoyar su resolución recurrieron a dibujar el contenedor en sus hojas de trabajo (Figura 7).

3.2 Validación

Para concluir con el análisis de resultados, de la última fase de la ingeniería didáctica, la validación, se considera que la propuesta fue satisfactoria y que los estudiantes lograron apropiarse de estrategias para la suma y resta de polinomios, que identificaron quiénes son términos semejantes y por lo tanto, pueden sumarse o restarse. Por otro lado, en la fase de validación ellos reconocieron que antes de realizar una resta de polinomios, deben cambiar los signos al sustraendo.

4. Conclusiones y recomendaciones

Se considera que se logró el objetivo planteado, que era proponer una secuencia didáctica para abordar el tema de suma y resta de polinomios con coeficientes enteros, mediante el uso de material didáctico, para estudiantes del primer semestre en la clase de Matemáticas I, del Colegio de Bachilleres plantel “Luis Moya”.

Además, al introducirlo, la mayoría de los estudiantes logró realizar con éxito la operación de la suma y en cuanto a la resta, aproximadamente el 60% tiene resultados favorables. Por otro lado, el uso del contenedor como material didáctico proporcionó de autonomía al estudiante para que se apropiara del conocimiento y realizara la suma y resta de polinomios de manera independiente, a través del mismo, sin la intervención directa del profesor. Ésta fue tal, que aun estando ya sin el material, algunos estudiantes dibujaron su propio contenedor para poder seguir haciendo uso de esta herramienta: los resultados, en su caso, fueron acertados.

Y aunque reconozcamos que el uso del material didáctico por sí mismo, no asegura la adquisición del conocimiento, se considera que el acompañarlo con la Teoría de Situaciones Didácticas y la Ingeniería Didáctica tiene grandes ventajas para mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje de las Matemáticas y en particular con la suma y resta de polinomios, pues esta teoría pone al estudiante en el centro de dicho proceso.

Para potenciar más el uso de este material didáctico se sugiere usar expresiones algebraicas que representen retos para los estudiantes, o alguna situación en la que se busque no solo el resultado de la suma o la resta, sino también algunos miembros del minuendo o el sustraendo. Otra vía es la de plantear problemas escolares que impliquen su resolución a través de suma y resta de polinomios.

En cuanto a las limitaciones del material didáctico “el contenedor”, se reconoce que su uso es para suma y resta de polinomios solo con coeficientes enteros, y que el valor del coeficiente de cada término según su variable deberá ser oportuno, debido al número de taparrosas que se han de utilizar y al tamaño del cajón del contenedor, además, los términos de los polinomios tampoco podrán ser muchos, pues sería complicado construir un contenedor con demasiados cajones.

5. Agradecimientos

Este trabajo fue realizado con el apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

6. Referencias

- [1] Socas M., *La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria*, Números, 2011, No. 77, pp. 5-34.
- [2] EdSource., “¿Por qué es importante aprender álgebra?”. Disponible en: https://edsources.org/wp-content/publications/pub_algebra_qa_Spanish.pdf [consultado en 2019]
- [3] Cuesta A., Escalante J. y Méndez M., *Impacto de los cursos Universitarios en la formación de competencias algebraicas*, 2013, Educación Matemática, Vol. V., No. 25, pp. 35-59.
- [4] Ruano R. M., Socas M. M. y Palarea, M. M., *Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra*, 2008, PNA, Vol. 2., No. 2, pp. 61-74.
- [5] Guzmán M. V. “Conocimiento de dos profesoras de matemáticas en formación continua sobre las dificultades de aprendizaje en el tema de adición de expresiones algebraicas en el nivel secundaria”, Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Zacatecas, México, 2016.
- [6] Villarroel Solís J. M. y Romero-Leiton J. P., “La caja de polinomios y el método tradicional: dos alternativas didácticas para la enseñanza de la suma y la resta de polinomios”, Editorial Politécnico Grancolombiano, Colombia, 2017.
- [7] Martín R. A. “Propuesta Didáctica para enseñar polinomios a 3º ESO utilizando Eduslide”, Tesis de maestría, Universidad Internacional de La Rioja, España, 2013.
- [8] Garrido Y. “Material didáctico para lograr aprendizajes significativos en la multiplicación en los estudiantes de cuarto grado de educación general básica, paralelo a de la escuela fiscal mixta José Ingenieros n° 1, de la ciudad de Loja. Período académico 2014 – 2015”. Tesis de licenciatura, Universidad Nacional de Loja, Ecuador, 2016.
- [9] Velazco E. “Uso de material estructurado como herramienta didáctica para el aprendizaje de las Matemáticas”, Tesis de licenciatura, Universidad de Valladolid, Segovia, 2012.
- [10] Muñiz L., Alonso P. y Rodríguez L., *El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora*, 2014, Revista Iberoamericana de educación matemática, No. 39, pp. 19-33.
- [11] Tamayo C., El juego: un pretexto para el aprendizaje de las matemáticas. Proc. Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (ASOCOLME), Medellín, Colombia, 2008.
- [12] Brousseau G., *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática* (versión castellana), Recherches en Didactique des Mathématiques, 1986, Vol. 7, No. 2, pp. 33-155.
- [13] Panizza M. “Conceptos básicos de la Teoría de Situaciones Didácticas”. En “Enseñar matemática en el nivel inicial y el primer ciclo de la EGB: análisis y propuestas” ed. Paidós, Buenos Aires, Argentina, 2004, pp. 59-71.
- [14] Valenzuela M. “Uso de Materiales Didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la Geometría. Un estudio sobre algunos colegios de Chile”. Tesis de Maestría, Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, Granada, 2012.
- [15] Douady R. “La ingeniería didáctica y la evolución de su relación con el conocimiento”, en “Ingeniería didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en

- la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas”, Grupo Editorial Iberoamérica, Bogotá, Colombia, 1995, pp. 61 – 96.
- [16] Socas M., Camacho M., Palarea, M., *et. al.* “Iniciación al Álgebra (23)”, Editorial síntesis, México, 1996.
- [17] Gálvez G. “La didáctica de las matemáticas”. En “Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones”, Ed. Paidós, 9.^a. Reimpresión, México, 2002, pp. 39-63.
- [18] García N. A., Rodríguez S. L. y Ponce J. A. “Matemáticas I”. Editorial Umbral, México, 2018.
- [19] Brousseau G., “Iniciación al estudio de la teoría de situaciones didácticas”, Editorial Libros del Zorzal, Argentina, 2007.