Investigación CIENTÍFICA
Vol. 14, No. 2 (2020)

Jornadas de Investigación UAZ – 2020

# Conjunto solución de sistemas de ecuaciones. Un estudio en estudiantes de la licenciatura en matemáticas

Edgar Ponciano Bustos [1], Luz Adriana Segura Camargo[2], José Luis Ávila Luna[3]

[1] Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario 189
Departamento de Matemáticas
Carretera Nieves-Oran, Kilometro 1.5, C.P. 98350, Gral. Francisco R. Murguía, Zacatecas

[2] Investigadora independiente

[3]Secundaria General "Cuauhtémoc"
Docente de Matemáticas
Calle López Velarde 14, C.P. 99800, Teúl de González Ortega, Zacatecas.

eponcianob@gmail.com

***Resumen:*** El objetivo de la investigación es identificar las dificultades y observar las construcciones mentales que presentan alumnos de licenciatura en matemáticas sobre el concepto de conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Se observó un curso de Algebra Lineal, se aplicaron ocho actividades y se realizó una entrevista semiestructurada. Los resultados muestran que los estudiantes tienen dificultades para visualizar geométricamente el conjunto solución del sistema de ecuaciones, no coordina la representación algebraica con la representación gráfica. Se concluye que los estudiantes no logran coordinar el objeto sistema de ecuaciones con el objeto geométrico, además no han interiorizado sus acciones para encontrar el proceso de solución de un sistema de ecuaciones.

***Palabras clave**:* Teoría APOE, Sistemas de ecuaciones, Conjunto solución.

***Abstract**:* The objective of the research is to identify the difficulties and observe the mental constructions presented by undergraduate mathematics students on the concept of the solution set of a system of linear equations. A Linear Algebra course was observed, eight activities were applied and a semi-structured interview was conducted. The results show that the students have difficulties to geometrically visualize the solution set of the system of equations, it does not coordinate the algebraic representation with the graphical representation. It is concluded that the students cannot coordinate the system of equations object with the geometric object, and they have not internalized their actions to find the solution process of a system of equations.

***Keywords**:* APOE Theory, Systems of Equations, Solution Set.

## 1. Introducción

Los sistemas de ecuaciones lineales y su conjunto solución se presentan en distintos momentos en la formación de los estudiantes. En la secundaria se introducen por primera vez de manera muy algorítmica, posteriormente en el bachillerato el concepto es más complejo y provoca muchas dificultades cognitivas en los alumnos [1].

En cuanto al concepto de sistemas de ecuaciones, se ha investigado las estrategias y dificultades de los alumnos al introducirlos al modo geométrico para la solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos y tres variables [2]. Por otra parte, se han observado que muchos de los alumnos tienen dificultades en el modo de pensamiento sintético – geométrico, asimismo no muestran una relación adecuada entre los modos sintético y analítico [3].

El presente trabajo pretender aportar resultados en los que se identifiquen las construcciones mentales que presentan los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Autónoma de Zacatecas, para contribuir en la mejora del aprendizaje de los estudiantes.

El objetivo de la investigación es identificar las dificultades y observar las construcciones mentales que presentan alumnos de licenciatura en matemáticas sobre el concepto de conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. A partir de las construcciones mentales observadas, formulamos la siguiente pregunta: ¿Cuáles son las dificultades de los estudiantes de la licenciatura en matemáticas sobre el concepto de conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales? [1].

## 2. Marco Teórico

Para el presente trabajo de investigación se contempló a la teoría APOE como sustento teórico. Esta teoría fue iniciada por Dubynsky y posteriormente trabajada por el grupo RUMEC (Research in Undergraduate Mathematics Education Community) [4].

La teoría APOE se enfoca en estudiar las construcciones mentales que manifiesta un individuo sobre un cierto concepto matemático. Dichas construcciones se denotan como Acción, Proceso, Objeto y Esquema. Se llaman construcciones mentales a todas aquellas transformaciones que realizan los estudiantes para resolver una tarea y que les permiten obtener significado de ella [5]. Se definen como [6]:

**Acción**. Es una transformación de objetos que el individuo percibe como algo externo, es decir, un individuo puede llevar a cabo la transformación sólo reaccionando a señales externas que proporcionan detalles sobre qué pasos siguió.

**Proceso**. Cuando se repite una acción y el individuo reflexiona sobre ella, puede interiorizarse en un proceso, es decir, se realiza una construcción interna que realiza la misma acción, pero ahora, no necesariamente dirigida por estímulos externos.

**Objeto**. Cuando un individuo reflexiona sobre las operaciones aplicadas a un proceso en particular, y logra ver al proceso como un todo, realiza aquellas transformaciones (ya sean acciones o procesos) que pueden actuar sobre él, y puede construir de hecho esas transformaciones, entonces está pensando en este proceso como un objeto. En este caso, pensamos que el proceso ha sido encapsulado en un objeto.

**Esquema**. Es un conjunto razonable de acciones, procesos y objetos y otros esquemas que se tienen para un concepto en específico.

Por otra parte, una descomposición genética es un modelo hipotético que describe las estructuras mentales y los mecanismos que un estudiante podría necesitar construir para aprender un concepto matemático específico [4].

La teoría APOE considera dos tipos de análisis: a priori y a posteriori. El análisis a priori, se entiende como las probables respuestas de los alumnos al contestar las preguntas de la entrevista, donde se presentan las construcciones mentales que los estudiantes podrían tener según la descomposición genética. Para el caso del análisis a posteriori, se basa en la descomposición genética del concepto mencionado, en este análisis se presentan algunas transcripciones de ciertas preguntas y/o comentarios, y al concluir la entrevista de cada alumno se realiza un análisis general [1].

## 3. Metodología

En esta investigación se utilizó la descomposición genética del grupo RUMEC (Research in Undergraduate Mathematics Education Community, ver figura 1) para el concepto de conjunto solución de sistemas de ecuaciones lineales.

Se observó la materia de Algebra Lineal I impartido en la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Autónoma de Zacatecas, este curso fue dado a 15 estudiantes. Cabe mencionar que este curso era la segunda ocasión que lo cursaban dichos estudiantes. Por cuestiones de espacio se muestran las evidencias de tres alumnos. Estos tres estudiantes se clasificaron de acuerdo a su desempeño: estudiante con calificación alta (10-9) (A), estudiante con calificación media (8-7) (M) y estudiante con calificación baja (6) (B).

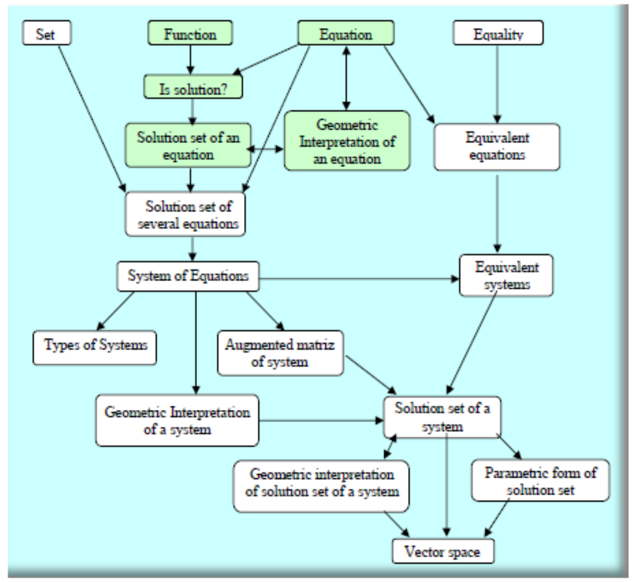

**Fig. 1**. Descomposición genética del grupo RUMEC [5].

Para el presente trabajo se aplicaron ocho actividades propuestas en el trabajo de Manzanero [1]. En este artículo sólo se presentan dos actividades, aquellas que podrían arrojar mayor información empírica. Se realizó una entrevista semiestructurada, con el objetivo de observar las estructuras mentales que presentaban los estudiantes acerca del concepto del conjunto solución del sistema de ecuaciones lineales. La entrevista es una técnica en la que el entrevistador solicita información al informante, para obtener datos sobre un problema particular es semiestructurada porque las preguntas son abiertas, y podrían emerger algunas preguntas en el transcurso de la entrevista, para ir uniendo temas para construir un conocimiento [7].

## 4. Resultados

En este apartado se muestran los resultados a posteriori, así como los resultados a priori que se esperaban. De las tareas aplicadas a la población de estudio, se seleccionaron sólo dos actividades para mostrar en este artículo; se consideraron estas dos tareas debido a que muestran mayores resultados. A continuación presentamos los resultados y análisis de tres de los ocho estudiantes.

### *4.1 Resultados y análisis del problema tres*

**Problema 3**. Consideremos el sistema de ecuaciones.

$$3x + 2y = 5$$
$$0x + 0y = 0$$

a) Encuentra el conjunto solución del sistema dado. ¿Cuántas soluciones tiene?
b) Grafica el sistema de ecuaciones. ¿Qué observas?
c) Comenta acerca del conjunto solución.

### *4.2 Análisis a priori del inciso a) del problema tres*

El estudiante puede encontrar el conjunto solución de cada ecuación para luego encontrar el conjunto solución común a las dos ecuaciones, o puede tratar de resolver el sistema por medio de algún método algebraico. Asimismo puede utilizar algún argumento geométrico para encontrarlo.

### *4.3 Análisis a posteriori del inciso a) del problema tres*

En el análisis del inciso a) del alumno A, se observa que resolvió el sistema de ecauciones empleando el método algebraico y apoyándose de un parámetro $t$, con base en ello respondió que el sistema tiene infinitas soluciones (Figura 2).

En el análisis del inciso a) del alumno M, resolvió el sistema de ecuaciones de manera algebraica, dejando el valor de $x$ en función del parámetro $t$. Además calcula el determinarte, y concluye mencionando que el sistema tiene infinita soluciones (Figura 3).

Durante la entrevista se le pregunta: ¿Cuál era el conjunto solución? respondió lo siguiente:

***M:*** *Para el conjunto solución, s otorga valores reales a "$t$" obtenemos valores de "$x$" por lo tanto se puede decir que "$x$" depende del valor del parámetro.*

***M:*** *Bueno si existe un parámetro entonces hay infinidad de soluciones.*

En el análisis del inciso a) del alumno B, también resuelve el sistema de ecuaciones de forma algebraica, dejando el valores de $x$ en función del parámetro $t$. Concluye mencionando que el sistema tiene infinita soluciones (Figura 4).

En el inciso a) los alumnos A, M y B llegaron al resultado esperado, usaron métodos algebraicos para resolver la actividad.

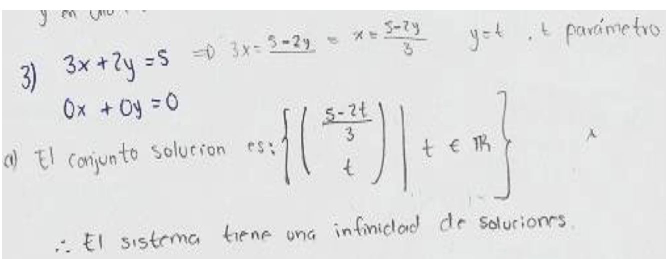

**Fig. 2**. Respuesta del inciso a) del alumno A.

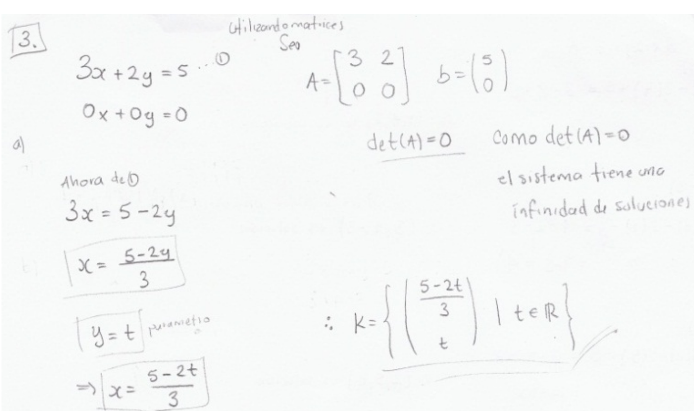

**Fig. 3**. Respuesta del inciso a) del alumno M.

Cabe mencionar que ninguno de ellos se apoyó de algún argumento geométrico para resolver el ejercicio.

### *4.4 Análisis a priori del inciso b) del problema tres*

El estudiante puede observar cómo son las gráficas entre sí, siempre y cuando reconozca que la segunda ecuación es todo el plano $XY$. Por lo que una de las dificultades que pueden presentarse en este sistema, es que el estudiante puede pensar que la segunda ecuación se trata de un punto y no de todo el plano, por lo que no habría intersección entre las dos ecuaciones del sistema. Su respuesta geométrica puede estar en contradicción con su respuesta algebraica.

### *4.5 Análisis a posteriori del inciso b) del problema tres*

En el análisis del inciso b) del alumno A, se observa que dió valores al parámetro $t$, y los ubica en un plano cartesiano. proponiendo una línea recta como posible solución (Figura 5).

Se le cuestionó respecto a cómo representaría la segunda ecuación, el respondió:

***A:*** *Es decir que "$x$" es esto, cero, entonces la segunda ecuación sería un punto.*

En el análisis del inciso b) del alumno M, también le dio valores al parámetro $t$, y los ubica en un plano. De igual manera, propone una línea recta como posible solución (Figura 6).

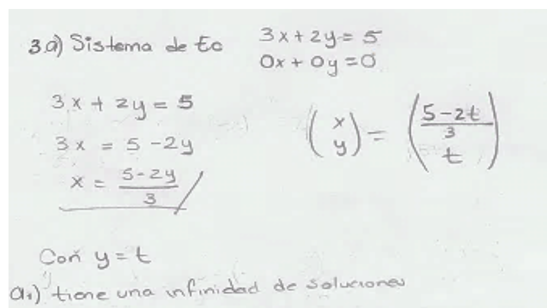

**Fig. 4**. Respuesta del inciso a) del alumno B.

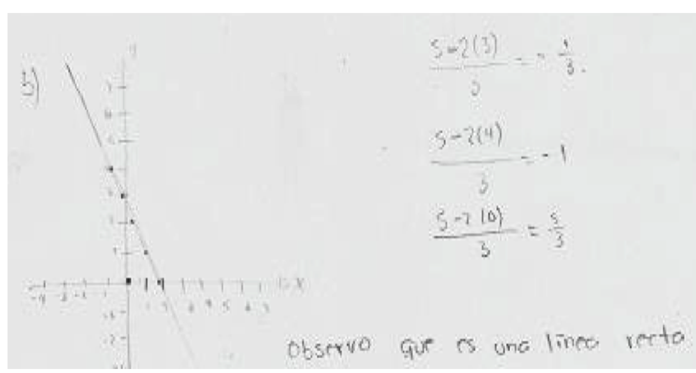

**Fig. 5**. Respuesta del inciso b) del alumno A.

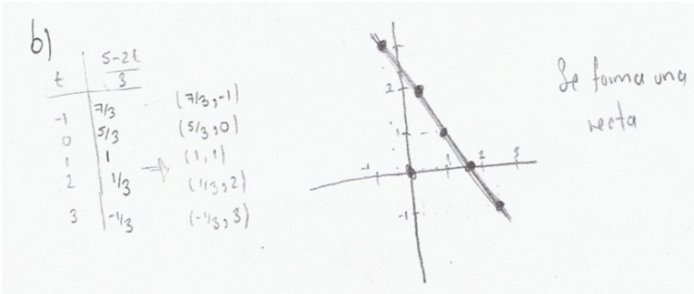


**Fig. 6**. Respuesta del inciso b) del alumno M.

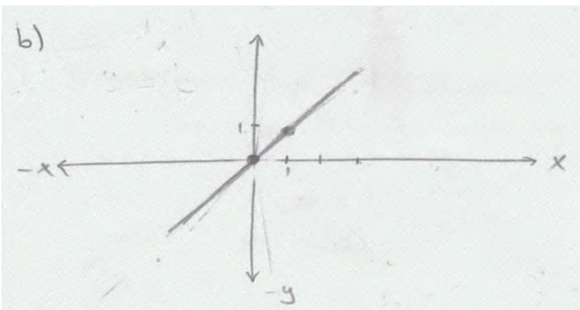


**Fig. 7**. Respuesta del inciso b) del alumno B.

Se le preguntó si ese era todo el sistema de ecuaciones y respondió:

***M:*** *Yo nada más grafiqué una, la ecuación* $0x + 0y = 0$ *sería un punto, y mi punto estaría en cero.*

En el análisis del inciso b) del alumno B, sólo propone una línea recta como posible solución, ubica solo dos coordenadas; además es el único que cambia la inclinación de la pendiente de la recta (Fig. 7).

Al preguntarle sobre la representación gráfica del sistema, él nos dijo:

***B:*** *Sería también una recta, y esta, esta es un punto.*

Le preguntamos cuál punto sería la segunda ecuación, y él nos mencionó:

***B:*** *El cero.*

En el inciso anterior, los estudiantes A, M y B grafican la ecuación de la primera recta; los estudiantes A y M graficaron adecuadamente, también dieron valores a la ecuación y graficando las coordenadas obtenidas. El estudiante B graficó la primera ecuación de una manera incorrecta.

### *4.6 Análisis a priori del inciso c) del problema tres*

El estudiante puede afirmar que el conjunto solución del sistema es la primera recta, ya que es la intersección de la recta con el plano. O bien, puede ser que el estudiante comente que no hay solución al sistema, ya que la segunda ecuación no representa algo geométricamente al contener ceros.

### *4.7 Análisis a posteriori del inciso c) del problema tres*

En el análisis del inciso c) del alumno A, sólo comentó que el conjunto solución es una línea recta (Fig. 8).

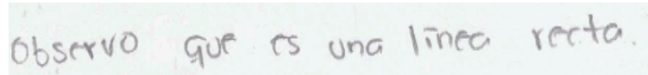
Observo que es una línea recta.

**Fig. 8**. Respuesta del inciso c) del alumno A.

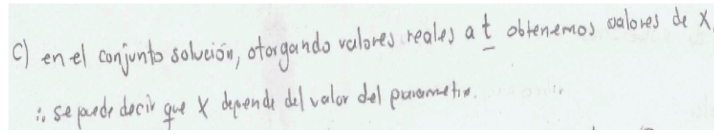
c) en el conjunto solución, otorgando valores reales a t obtenemos valores de x, ∴ se puede decir que x depende del valor del parametro.

**Fig. 9**. Respuesta del inciso c) del alumno M.

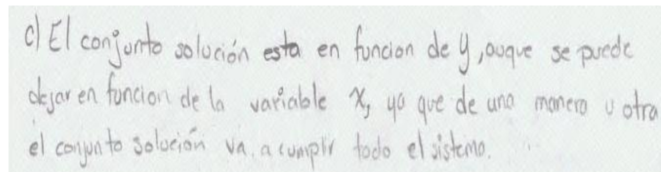
c) El conjunto solución esta en funcion de y, porque se puede dejar en funcion de la variable x, ya que de una manera u otra el conjunto solución va a cumplir todo el sistema.

**Fig. 10**. Respuesta del inciso c) del alumno B.

Se le solicita que exprese acerca del conjunto solución, y el respondió:

***A:*** *Acerca del conjunto solución, pues yo diría que tiene una infinidad de soluciones y que depende de algún parámetro* $t$, *entonces, bueno, si aquí me da dos gráfica, no sabría que más decir.*

Después le preguntamos cómo visualiza gráficamente el conjunto solución, y nos dijo:

***A:*** *Gráficamente, un conjunto solución, una solución gráficamente, pues yo digo que depende de la solución del sistema, porque cuando nos dan tres coordenadas es un punto, y cuando nos da una inconsistencia, este, no hay nada en el plano, y nos da una infinidad, pues podría ser distintas cosas.*

En el análisis del inciso c) del alumno M, expresó que el conjunto solución depende de los valores reales que se le otorgue al parámetro $t$, es decir que el valor de $x$ depende de $t$ (Fig. 9).

Se le preguntó que comente acerca del conjunto solución, y nos dijo:

***M:*** *Bueno si existe un parámetro entonces hay infinidad de soluciones.*

En el análisis del inciso c) del alumno B, expresó que el conjunto solución de la variable $x$ esta en función de $y$, y este va a cumplir el sistema de ecuación (Fig. 10).

Al preguntarle cuál sería geométricamente el conjunto solución, ella respondió:

***B:*** *Pues yo digo que la misma, bueno es que no soy muy buena para lo de lo gráfico, para verla gráficamente.*

Para el inciso c) los estudiantes A y M mencionaron que la solución es infinita, ya que en sus respuestas algebraicas se apoyan de un parámetro, además no pudieron argumentar de forma gráfica el conjunto solución. El estudiante B mencionó que el conjunto solución va a cumplir todo el sistema, dependiendo del valor que se le asigne a $t$. Entendemos que tiene idea del conjunto solución, sin embargo no puede argumentar y visualizar su idea.

Investigación CIENTÍFICA
Vol. 14, No. 2 (2020)

Jornadas de Investigación UAZ – 2020

### *4.8 Análisis general del problema tres*

En el problema anterior observamos que, el estudiante A presenta dificultades respecto al conjunto solución del sistema dado, ya que no representa de forma geométrica la segunda ecuación. Además, no muestra evidencia de una concepción proceso de sistema de ecuaciones y su parte geométrica. Con esto decimos que la estudiante no ha interiorizado las acciones de resolver un sistema de ecuaciones a un proceso de solución. El estudiante M presenta ciertas dificultades acerca de la representación geométrica de la ecuación $0x + 0y = 0$, por lo que no coordina el objeto de sistemas de ecuaciones con el objeto geométrico que lo representa; con esto decimos que la estudiante no ha interiorizado las acciones de resolver un sistema de ecuaciones a un proceso de solución. El estudiante B no tiene explícita la idea del conjunto solución como la intersección de los conjuntos solución de las dos ecuaciones, esto nos indica que no coordina los procesos de ecuación, conjunto y conjunto solución de una ecuación; también vemos que el estudiante presenta ciertas dificultades acerca de la coordinación el objeto de sistemas de ecuaciones con el objeto geométrico que lo representa, por lo tanto no ha interiorizado las acciones de resolver un sistema de ecuaciones a un proceso de solución.

### *4.9 Resultados y análisis del problema cinco*

**Problema 5.** Dada la representación geométrica de un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas (Fig. 11):

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema?
b) ¿Cuál es la representación geométrica del conjunto solución?

### *4.10 Análisis a priori del inciso a) del problema cinco*

El estudiante puede argumentar que el sistema no tiene solución, ya que los tres planos no se intersectan entre sí. También puede afirmar que el sistema tiene tres soluciones, ya que los planos se intersectan en tres rectas pero de dos en dos. Asimismo el estudiante puede afirmar que el sistema tiene infinitas soluciones, ya que como se intersectan en tres rectas, cada recta tiene una infinidad de puntos.

### *4.11 Análisis a posteriori del inciso a) del problema cinco*

En el análisis del inciso a) del alumno A, expresó que existen teoremas que condicionan un sistemas de ecuaciones, sin embargo no dice cuáles son esos teoremas. La respuesta que da es muy ambigua, pero en la entrevista proporciona una respuesta que no sabe cómo expresarla (Fig. 12).

Al preguntarle sobre su respuesta, nos respondió:

***A:*** *Pues yo digo que, de que tiene solución si tiene, porque los planos se están intersectando.*

Entonces le preguntamos cuántas soluciones tiene el sistema:

***A:*** *Puede ser única solución.*

Le preguntamos cuál sería la única solución, y él nos comentó:

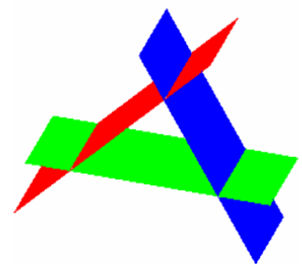

**Fig. 11**. Representación del problema 5.

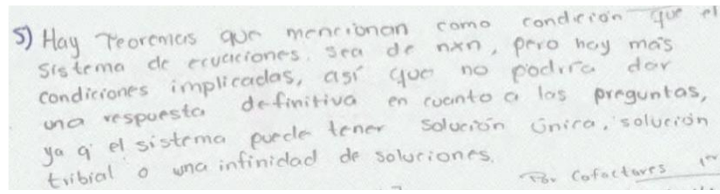
5) Hay Teoremas que mencionan como condición que el sistema de ecuaciones sea de nxn, pero hay más condiciones implicadas, así que no podría dar una respuesta definitiva en cuanto a las preguntas, ya q' el sistema puede tener solución única, solución tribial o una infinidad de soluciones.

**Fig. 12**. Respuesta del inciso a) del alumno A.

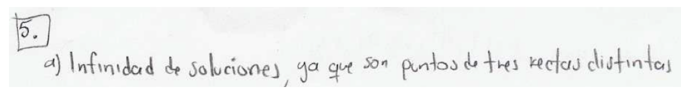
5.
a) Infinidad de soluciones, ya que son puntos de tres rectas distintas

**Fig. 13**. Respuesta del inciso a) del alumno M.

**Fig. 14**. Marcas de la intersección de los planos.

***A:*** *No, a simple vista no diría cual sería la única, tampoco no es un punto, porque si fuera un punto las tres se cruzarían por aquí, por así decirlo, y yo digo que es, que nada más tiene una que es, bueno, más bien tiene una infinidad, pero no sabría cómo expresarlo.*

En el Análisis a posteriori del inciso a) del alumno M, mencionó que la intersección de cada plano corresponde a una recta, es decir, son tres intersecciones entonces corresponde tres rectas, y que da como resultado una infinidad de soluciones (Fig. 13).

Al cuestionarle qué justificación tenía para la respuesta proporcionada añadió:

***M:*** *Bueno una solución es donde intersectan. Entonces si intersectamos un plano se intersectan en una recta, entonces son tres planos y hay tres intersecciones para que estén todos juntos (marca la intersección de los planos) (Fig. 14).*

En el análisis del alumno B, expresó que tiene una infinidad de soluciones, en su respuesta de la entrevista reafirma los mismo. Sin embargo su respuesta es ambigua, da a entender que los planos

Investigación CIENTÍFICA
Vol. 14, No. 2 (2020)
Jornadas de Investigación UAZ – 2020

y las rectas se mueven, y estos se mueven de acuerdo a un valor (Fig. 15).

Al preguntarle sobre sus respuestas, nos dice:

***B:*** *Pues yo ahí le puse que era una infinidad de soluciones, porque podemos hacer que la figura, bueno, que estas rectas se vaya recorriendo hacia acá o hacia allá, y está hacia arriba o hacia abajo en el eje, y está igual, o sea se puede hacer más grande o más chica, entonces según el valor que le demos era el movimiento que tenía y podría ir variando.*

El estudiante A no tiene clara la idea de cuál es el conjunto solución, en lo que escribió menciona que no había una respuesta concreta; en la entrevista dice que la solución era única, después expresa que tenía infinidad de soluciones. Los estudiantes M y B afirman que el conjunto solución de los tres planos es infinita, ya que su intersección tiene infinidad de puntos.

### *4.12 Análisis a priori del inciso b) del problema cinco*

El estudiante puede proporcionar argumentos acerca de la gráfica del conjunto solución según lo encontrado en el inciso anterior.

### *4.13 Análisis a posteriori del inciso b) del problema cinco*

En el análisis del inciso b) del alumno A, no escribió nada, y durante la entrevista no pudo expresar su idea.

Al preguntarle acerca de la representación geométrica del conjunto solución, contestó:

***A:*** *Representación geométrica del conjunto solución (murmurando). Pues no sé, ¿esta? O ¿cómo? ¿Me están preguntando de esta figura? (Refiriéndose a la del ejercicio).*

***A:*** *No, no sabría.*

En el análisis del inciso b) del alumno M, comentó que el conjunto solución son tres rectas que se forman de la intersección de los planos de dos en dos (Fig. 16).

Acerca de la representación geométrica del conjunto solución, nos dijo:

***M: S****i, son las rectas.*

***M:*** *Hay una infinidad de soluciones*

En el análisis del inciso b) del alumno B, dibujó tres líneas que representa los planos; durante la entrevista mencionó que el conjunto solución es donde se cruzan los planos (desde la perspectiva geométrica), sin embargo argumentó que es un punto (Fig. 17).

Al preguntarle sobre la solución geométrica, respondió:

***B:*** *Yo diría que es donde se cruza.*

Al preguntarle dónde se cruza y qué representaría, la respuesta fue:

***B:*** *Pues un punto, no sé.*

En el inciso anterior, el estudiante A no logró comprender la representación geométrica del conjunto solución del problema planteado. El alumno M menciona que el conjunto solución son tres rectas, desde el punto de vista geométrico. El estudiante B, al cuestionarle sobre la solución geométrica, menciona que la solución es donde se cruzan los planos, y esto ocurre en un punto (Fig. 18).

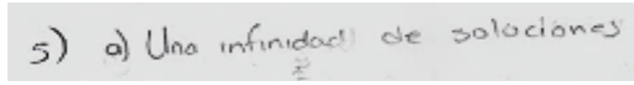


**Fig. 15**. Respuesta del inciso a) del alumno B.

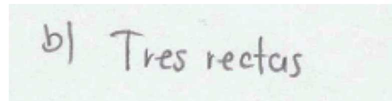


**Fig. 16**. Respuesta del inciso b) del alumno M.


**Fig. 17**. Respuesta del inciso b) del alumno B.

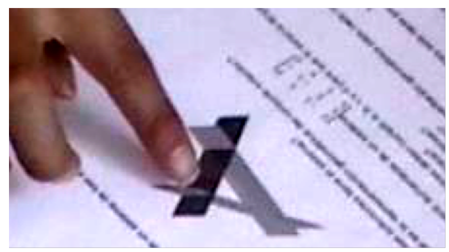

**Fig. 18**. El alumno B señala el plano

### *4.14 Análisis general del problema cinco*

Para el problema cinco, podemos darnos cuenta que el estudiante A no ha interiorizado sus acciones para encontrar el proceso de solución del sistema de ecuaciones; ya que no logra construir el proceso de solución para el sistema a partir de su representación geométrica. El estudiante A muestra dificultades para poder interpretar dicha representación. Por otra parte, podemos observar que en esta pregunta hace alusión a que un sistema tiene que satisfacer a todas las ecuaciones simultáneamente. Interpretamos que no ha interiorizado sus acciones para encontrar el proceso de solución de dicho sistema.

En cuanto al estudiante M, no coordina las acciones de los sistemas de ecuaciones con las acciones geométricas que lo representan en un sistema coordenado para construir un proceso de solución, de manera que pueda encontrar el conjunto solución del sistema dado en forma geométrica. Interpretamos que el estudiante tiene como modelo, posiblemente memorizado, que la solución siempre se representa geométricamente con una intersección. Pero no reflexiona acerca de cuantas incógnitas se presentan ya que no puede interpretar geométricamente la solución de un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas.

Mientras que el estudiante B afirma que el sistema tiene infinidad de soluciones (por lo que no es capaz de ver geométricamente la solución del sistema). Durante la entrevista nos dimos cuenta que el estudiante ve la intersección de planos de manera puntual. Con esto decimos que el estudiante no ha interiorizado sus acciones para encontrar el proceso de solución de dicho sistema.

## 5. Conclusiones

Los tres estudiantes presentan dificultades para coordinar la representación algebraica con la representación gráfica. Asimismo, manifestaron dificultades para identificar, a partir de una ecuación, si se trata de una recta o un plano. Por consiguiente, podemos decir que no visualizan el conjunto solución de las ecuaciones planteadas.

En cuanto a las construcciones mentales, para la *pregunta 3*, ninguno logró coordinar el objeto sistema de ecuaciones con el objeto geométrico que lo representa para interpretar geométricamente el conjunto solución; por lo cual se podría decir que los estudiantes no han interiorizado las acciones de resolver un sistema de ecuaciones a un proceso de solución. Mientras que para la *pregunta 5*, el estudiante no es capaz de ver geométricamente la solución del sistema en coordinación de su solución algebraica, decimos que el estudiante no ha interiorizado sus acciones para encontrar el proceso de solución de dicho sistema.

De manera general concluimos que, los alumnos que participaron en esta investigación presentaron dificultades y construcciones mentales similares a los estudiantes de ingeniería [1], a pesar de que su entorno de enseñanza-aprendizaje es muy distinto, es decir, la abstracción de los problemas que resuelven son distintos a los de otros estudiantes. Además, se evidenció que los estudiantes trabajaban la representación algebraica de manera más arraigada que la representación gráfica, lo cual se podría subsanar mediante el apoyo de ejercicios y/o el uso de software de graficación dentro del aula. Por último, el empleo de actividades atípicas dentro del aula podrían ser una buena opción para abordar conceptos del álgebra lineal de manera distinta a la tradicional, buscando con esto despertar el interés del alumno en conceptos tan abstractos, de tal forma que quizá pueda a futuro darnos buenos resultados, y lograr una concepción proceso en dichos conceptos.

## 6. Reconocimientos

A la Unidad Académica de Matemáticas por las facilidades para realizar el presente estudio, así como a los estudiantes que participaron.

## Referencias

[1] Manzanero, L., “Sistemas de Ecuaciones Lineales: Una perspectiva desde la Teoría APOE”. Tesis de Maestría, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN-México, junio, 2007, pp. 1-10.

[2] Cutz, B., “Un estudio acerca de las concepciones de estudiantes de licenciatura sobre los sistemas de ecuaciones y su solución”, Departamento de Matemática Educativa. Tesis de Maestría, Cinvestav-IPN-México, noviembre 2005, pp. 7-30.

[3] Ramírez, C., Oktaç, A. y García, C., *Dificultades que presentan los estudiantes en los modos geométrico y analítico de sistemas de ecuaciones lineales*, Acta Latinoamericana de Matemática Educativa: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C, México, septiembre, 2006, pp. 413-418.

[4] Arnon, I., Cottril, J., Dubinsky, E., Oktac, A., Fuentes, S. R., Trigueros, M., et al., “APOS Theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education”, Ed. Springer, 1 ra. edición, New York, 2013.

[5] Kú, D., “Análisis sobre la comprensión de los conceptos conjunto generador y espacio generado desde la mirada de la teoría APOE”. Tesis de doctorado no publicado, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN- México, marzo, 2012, pp. 5-20.

[6] Asiala, M., Brown, A., DeVries, D., Dubinsky, E., Mathews, D. y Thomas, K., *A Framework for Research and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education,* Research in Collegiate Mathematics Education, 1997, Vol. 2, pp. 1-32.

[7] Murillo, J., “La entrevista”. Disponible en http://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/Met_Inves_Avan [consultado en 2020].

[8] Rodríguez, G., Gil, J. y García, E., “Metodología de la investigación cualitativa”, Ed. Aljibe , Málaga, 1999.