Conceptos previos para la comprensión de la integral impropia

Laura Elizabeth Ramírez Santos, Juan de Dios Viramontes Miranda, Heidy Cecilia Chavira

Resumen:

Este estudio es la primera parte de una investigación, la cual tiene como objetivo analizar las respuestas dadas por un grupo de estudiantes de ingeniería respecto a los conocimientos del cálculo necesarios para la comprensión de la integral impropia. La información se recolecto en un instrumento que consistía en una serie de preguntas, desde diferentes aspectos entorno a los conceptos matemáticos previos, así como también a la solución de problemas que involucran integrales impropias. Los resultados obtenidos fueron caracterizados como habilidades, obstáculos, aciertos y errores tanto en la definición de conceptos como en la resolución de problemas presentados. A partir de este análisis se identificaron las dificultades que tienen los estudiantes, por ejemplo, de tipo algebraico, otras en la aplicación de procedimientos incorrectos, este estudio proporciona evidencia el escaso manejo de los conceptos necesarios para la comprensión de la integral impropia.

Palabras clave: integral impropia, comprensión, dificultades.

I. Introducción

La integral impropia tiene aplicaciones importantes en la estadística, la física, la química, y en otras áreas tanto básicas, como aplicadas de la ingeniería. Por ejemplo, podemos destacar su uso en la evaluación de productos manufacturados, en circuitos y redes eléctricas. Siendo estos temas los que de manera regular los estudiantes encuentran en la práctica diaria de la ingeniería (Galán-García José, Aguilera-Venegas, Galán-García María, Rodríguez-Cielos, & Atencia-Mc.Killop, 2018).

El obstáculo principal se encuentra en los objetos matemáticos básicos del cálculo (por ejemplo, números reales, sucesiones, funciones, etc.) como lo afirma Cuevas V, Rodriguez E, & González O (2014), otro obstáculo se encuentra en la conceptualización y la formalización de la noción de límite (Cappetta & Zollman, 2013; Contreras de la Fuente, García Armenteros, & Font Moll, 2012). El concepto de infinito de forma numérica, algebraica y geométrica es otro de los grandes obstáculos a los que se enfrenta el estudiante (Hitt, 2013). Debido a la dificultad de los conceptos previos requeridos para abordar el concepto de integral impropia el estudiante tiene dificultad en la comprensión de este concepto matemático. No podemos soslayar los factores cognitivos y epistemológicos que dificultan la asimilación del concepto (González-Martín & Camacho, 2004).

Partiendo de lo que se ha revisado se ha aplicado un instrumento que recoge la información que nos servirá de plataforma para el diseño de actividades didácticas de la integral impropia. Dado que las características de cada población de estudiantes son diferentes, se ha partido desde este diseño y aquí se presenta el primer avance de los resultados.

II. Metodología

Se diseñó un instrumento llamado Encuesta-Entrevista con el cual se obtuvo la información necesaria sobre las características que presentan los estudiantes de ingeniería respecto a los conceptos previos necesarios del cálculo para la comprensión de la integral impropia. Los participantes fueron 13 estudiantes de 9 programas académicos de ingenierías pertenecientes al Instituto de Ingeniería y Tecnología de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez. Este instrumento consta de tres partes, la primera es una encuesta que proporciona datos demográficos de los participantes, la segunda parte es una entrevista acerca de los conceptos matemáticos entorno a la integral impropia y, por último, como tercera parte se presentaron a los participantes ejercicios de integración impropia para su análisis. Posterior a la recolección de datos se caracterizaron las respuestas de los estudiantes para evidenciar las habilidades, obstáculos, aciertos y errores que presentan los estudiantes En esta investigación el estudiante tendrá (H) habilidad cuando exprese ejemplos o actividades respecto al concepto correctamente. El estudiante presentará (O) obstáculo cuando tenga dificultad para proponer ejemplos o resolver actividades. (A) Aciertos son ideas acertadas y suficientes del concepto. Y por último los (E) errores que son ideas insuficientes del concepto.

El instrumento se aplicó de forma individual. Al inicio se presentó al estudiante una encuesta recabando la información de forma escrita. La segunda etapa es una entrevista mediante la cual se le proponen preguntas específicas al estudiante, sin tiempo establecido, para recabar la información de esta etapa se realizó audio grabación. En la tercera etapa se presentan al estudiante ejemplos de cuatro tipos de integrales impropias, esto con el fin de que las identifique y si es posible las resuelva, se recolectó la información de forma escrita. Como parte de esta última etapa se hacen dos preguntas para analizar sus respuestas de la etapa previa.

III. Resultados y Discusión

Los resultados obtenidos de la segunda etapa se transcribieron y posteriormente se caracterizaron, está compuesta por 9 preguntas abiertas. El objetivo de esta sección es analizar la concepción que tienen los estudiantes respecto a los conceptos matemáticos que influyen en la integral impropia. Los conceptos que se analizan en esta etapa son función, grafica de una función, límite, derivada, integral, infinito, convergencia, continuidad de una función y el teorema fundamental del cálculo.

La pregunta inicial de esta sección es ¿Qué es una función? El objetivo de esta pregunta es verificar si el estudiante conoce el objeto matemático en el que se basa el cálculo. Algunas de las respuestas más relevantes a esta pregunta se muestran en la tabla 1. El concepto de función presenta dificultad para los estudiantes, ya que solo 3 de ellos mostraron habilidad con el concepto. Se puede observar la diversidad de respuestas y términos usados por los participantes. Algunos con ideas próximas, otros con ambigüedades, sin embargo, con ideas similares entre sí. Se muestran 8 respuestas, las 5 faltantes son similares a alguna de las expresadas.

#	¿Qué es una función?	HOAE
P3	Una fórmula.	O A
P4	Una función, *representa un comportamiento* en la vida, es una ecuación y las vemos como gráficas, es como un modelo, la representación de un comportamiento de un sistema.	H

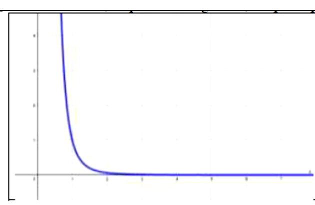
		A
P6	Es una *ecuación algebraica que depende de alguna variable, puedes sustituir alguna variable.*	H A
P7	Es *la formulación matemática a un comportamiento*. La fórmula matemática que es una función te va a describir como es.	H A
P8	Una función es una operación para poder calcular un resultado.	O A
P9	Una función nos brinda información acerca de una gráfica, no sé…no recuerdo exactamente, bueno se me ocurre que sirve para encontrar algo, tiene un valor.	O E
P10	Una función es un cierto punto dentro de una gráfica.	O E
P13	Es una expresión matemática.	O A

Tabla 1. Extractos de los resultados y caracterización del concepto de función.

Como parte de la tercera sección se presentan a los estudiantes 4 problemas escritos y 3 preguntas audio grabadas, a continuación, se presentan dos de los resultados del primer problema (figura 1). La mayoría de los participantes contesto que era complicado por el infinito que incluía el problema, sin embargo, se obtuvieron ideas de la solución en los cuatro problemas de presentados.

Para los estudiantes sería complicado aplicar los conceptos avanzados como la integral impropia. Ya que tienen la necesidad de reforzar las destrezas que aprendieron en los temas previos. Las estrategias de resolución de los estudiantes son rutinarias y solo dos estudiantes lograron observar la especificidad de las integrales impropias. La mayoría no llega a un resultado correcto. Estos resultados proporcionan la evidencia de actividades acordes a las necesidades de los estudiantes de ingeniería. Las evidencias aquí presentadas muestran que los estudiantes de ingeniería tienden a presentar habilidades en los conceptos del cálculo.

Ejercicio presentado



f(x) continua en el intervalo $[2, +\infty)$

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^4}$$

Determinar si la integral presentada es convergente o divergente. ¿A qué es igual la integral?

Respuestas obtenidas	**HOAE**
como la gráfica nunca intercepta en el eje de las x, no hay nada que "corte" su crecimiento y seguirá aumentando su área También por eso es divergente, por que jamás se van a interceptar	H A

$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^4} = \int_2^{\infty} x^{-4} dx = \left. \frac{x^{-3}}{-3} \right]_2^{\infty} = -\left. \frac{1}{3x^3} \right]_2^{\infty}$ $\underbrace{\left[\cancel{\frac{-1}{3x^3}} \right]^{0}}_{x \to \infty} - \left[\frac{-1}{3(2)^2} \right] = -\left[\frac{-1}{3(4)} \right] = \frac{1}{12}$	H E

Figura 1. Respuestas obtenidas en resolución de problemas.

Referencias Bibliográficas

Cappetta, R. W., & Zollman, A. (2013). Agents of change in promoting reflective abstraction : A Quasi-Experimental study on limits in college calculus. Journal of Research in Mathematics Education, 2(3), 343–357. ttps://doi.org/10.4471/redimat.2013.35

Contreras de la Fuente, Á., García Armenteros, M., & Font Moll, V. (2012). Análisis de un Proceso de Estudio sobre la Enseñanza del Límite de una Función Analysis of a Process of Statement on the Teaching of. Bolema, 26(42B), 667–690.

Cuevas V, A., Rodriguez E, A., & González O, O. (2014). Introducción al concepto de derivada de una función real con apoyo de las tecnologías digitales. El Cálculo y Su Enseñanza. Enseñanza de Las Ciencias y La Matemática., 5, 157–164.

Galán-García José, L., Aguilera-Venegas, G., Galán-García María, A., Rodríguez-Cielos, P., & Atencia-Mc.Killop, I. (2018). Improving CAS capabilities: New rules for computing improper integrals. Applied Mathematics and Computation, 316, 525–540. https://doi.org/10.1016/j.amc.2016.12.024

González-Martín, A. S., & Camacho, M. (2004). What is first-year Mathematics students' actual knowledge about improper integrals? International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 35(1), 73–89. https://doi.org/10.1080/00207390310001615615

Hitt, F. (2013). El infinito en matemáticas y el aprendizaje del cálculo : Infinito potencial versus infinito real. El Cálculo y Su Enseñanza. Enseñanza de Las Ciencias y La Matemática., 4, 103–122.

Autores:

Laura Elizabeth Ramírez Santos. Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México.
al64614@alumnos.uacj.mx
Juan de Dios Viramontes Miranda. Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México.
Juan.viramontes@uacj.mx
Heidy Cecilia Chavira. Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, México.
heydi.chavira@uacj.mx