

Análisis de la superficie de respuesta para el diseño de actividades de modelización

Juan Sanabria Mafaile, Avenilde Romo Vázquez

Resumen:

El diseño de actividades didácticas basadas en modelización matemática ha sido un tema de investigación dentro del Programa de Matemática Educativa del CICATA-IPN. En particular, se ha venido desarrollando una metodología de diseño, enmarcada en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1999), en la que una fase clave consiste en el análisis de actividades de modelización matemática que tienen lugar en contextos de investigación o académicos, no necesariamente matemáticos. En este caso, se presenta un primer análisis del estudio de la superficie de respuesta en desarrollos experimentales que favorecen la optimización de procesos: ahorro de materiales o reactivos. Este primer análisis permite evidenciar una praxeología de modelización susceptible de ser transpuesta al aula con el objetivo de generar un proceso de estudio que disminuya la distancia entre la modelización enseñada y la que tiene lugar en contextos fuera de la escuela, en este caso la investigación en tecnología avanzada.

Palabra clave: modelización, teoría antropológica, diseño de actividades.

I. Introducción

En esta comunicación se presenta un primer análisis del estudio de superficie de respuesta que se realiza dentro de un proyecto de investigación doctoral en el área de biomateriales en el CICATA-IPN. El objetivo del análisis es reconocer primeramente las necesidades matemáticas de este proyecto de investigación y la forma en que éstas son atendidas. Para realizar el análisis se utilizó la noción de praxeología definida en la teoría antropológica de lo didáctico, como una unidad de análisis de la actividad, conformada por cuatro componentes, tipo de tarea T , lo que se hace, técnica τ , la forma en que se hace, tecnología θ , discursos que explican, validan y justifican la técnica y teoría Θ , discursos más generales que explican, validan y justifican a su vez la tecnología. El interés de utilizar esta noción es que permite hacer inteligible la actividad en una diversidad de contextos: investigación en biomateriales, enseñanza del cálculo en varias variables, diseño de actividades didácticas. Así, es posible analizar diferentes contextos o instituciones que a través de un diseño didáctico puedan relacionarse (Romo y Covián, 2018). Para realizar este análisis se realizaron entrevistas semi-estructuradas, algunas por escrito y otras audio-grabadas.

II. Estudio de la superficie de respuesta

El estudio de la superficie de respuesta es un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas utilizadas para modelar y analizar problemas en los que una respuesta de interés recibe la influencia de diversas variables. El propósito inicial de estas técnicas es diseñar un experimento que proporcione valores razonables de la variable de respuesta y, a continuación, determinar el modelo matemático que mejor se ajusta a los datos obtenidos. El objetivo final es establecer los valores de

los factores que optimizan el valor de la variable de respuesta. Esto se logra al determinar las condiciones óptimas de operación del sistema. En un experimento de caracterización, el interés suele centrarse en determinar las variables del proceso que afectan la respuesta. El siguiente paso es la optimización, es decir, determinar la región de los factores importantes que conduzca a la mejor respuesta posible. El óptimo en el desarrollo de un experimento puede considerarse como un punto de respuesta máxima o un punto de respuesta mínima. A continuación se presenta una primera praxeología del estudio de respuesta de una superficie.

Praxeología del estudio de respuesta de una superficie

Tipo de tarea: Recubrir un material y llevarlo a la calcinación

Tarea: Formar rugosidad superficial que favorece a la características de una superficie superhidrofóbica¹

Técnica: Para generar la rugosidad superficial, se debe recubrir el material, en este caso cerámica baldosín de arcilla, con una solución inorgánica-orgánica. El recubrimiento se hace mediante la técnica de aspersión con aerógrafo y una vez recubierto, se realiza un proceso de calcinación, que ayuda a la maduración y la adherencia de la solución en el sustrato, dando como resultado el incremento de la rugosidad de la superficie del baldosín. Para determinar la rugosidad en escala nano-micrométrica, se requiere de un estudio de superficie con dos variables, la temperatura y la concentración de la solución. La técnica utilizada consiste en analizar la rugosidad de la superficie en tres tiempos: 10, 20 y 30 minutos de calcinación. Para ello, se utiliza un programa computacional estadístico *Design Expert* que mediante una aleatorización es posible obtener una función polinomial que representa la rugosidad en los tres tiempos de calcinación (10, 20 y 30 minutos).

En este caso la función es:

$$F(X_1, X_2, X_3) = -0.4203 - 0.90757(X_1) + 0.00745(X_2) + 0.01445(X_3) + 0.00303(X_1X_2) - 0.01375(X_1X_3) - 0.87282(X_1)^2 - 8.9055E-6(X_2)^2 - 3.0295E-4(X_3)^2$$

Donde X_1 es la concentración de solución, X_2 la temperatura de calcinación y X_3 el tiempo de calcinación (10, 20, 30).

En la gráfica de la figura 1a se muestra la variable de respuesta de la rugosidad superficial sobre el baldosín a 10 minutos de calcinación, en la figura 2a a 20 minutos de calcinación y en la figura 3a a 30 minutos de calcinación.

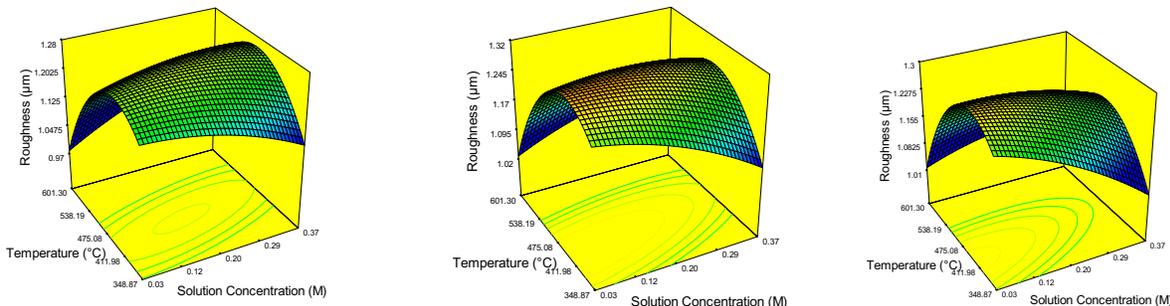


Figura 1(a): 10min de calcinación **Figura2(a):** 20min de calcinación **Figura 3(a):** 30min de calcinación

¹ Superficies altamente repelentes al agua.

Estas tres gráficas son obtenidas mediante el programa y lo que debe realizar el investigador es una primera interpretación. Para conocer cómo se realiza esta interpretación y qué conocimientos matemáticos y no matemáticos entran en juego se realizó una entrevista, que fue audio grabada, en la cual se dialogó sobre la interpretación de las gráficas, reconociendo que la interpretación visual permite determinar la temperatura y la concentración de la solución que favorecen la rugosidad, como se muestra a continuación.

I: [...] una primera interpretación es que yo puedo obtener una superficie rugosa escala nano-micrométrica cuando la concentración de solución se trabaja con un valor de .20 molares y una temperatura de calcinación 475 °C. Esta interpretación visual puede ser comprobada con la ayuda del programa computacional.

Esta técnica está relacionada a discursos tecnológicos prácticos (Castela y Romo, 2011), como es la validación en relación al objetivo específico del estudio: encontrar las condiciones de operación óptimas de un proceso, es decir, aquellas que dan por resultado “valores óptimos” de una o varias características de calidad del producto. Así como discursos tecnológicos teóricos: el éxito de una investigación de una superficie de respuesta depende de que la respuesta se pueda ajustar a un polinomio de primer o segundo grado. Así, la optimización se obtiene a partir de técnicas matemáticas que sirven para que, dado un modelo ajustado, explorarlo a fin de obtener información sobre el punto óptimo, que involucra diversos elementos matemáticos: derivadas de funciones, multiplicadores de LaGrange, operaciones con matrices, valores y vectores propios y sistemas de ecuaciones simultáneas.

III. A modo conclusión

En este primer análisis se reconoce que es el programa computacional encapsula las herramientas matemáticas que permiten realizar y validar el “diseño de experimentos” a fin de que las conclusiones sean válidas y objetivas. El uso del programa computacional *Design Expert* es aceptado dentro de la comunidad de biomateriales. Sin embargo, los valores obtenidos con este programa se validan experimentalmente a través de una replicación en laboratorio. Este análisis inicial muestra que la optimización es clave en el estudio de las características de los biomateriales, aunque no muestra hasta donde la interpretación de las gráficas requiere de conocimientos matemáticos. Por ello, se considera necesario profundizar este análisis y paralelamente analizar un curso de cálculo en varias variables para reconocer en qué medida la praxeología del estudio de la respuesta de una superficie puede ser transpuesta y generar una actividad de modelización matemática.

Referencias Bibliográficas

- Chevallard, Y. (1999). La recherche en didactique et la formation des professeurs : problématiques, concepts, problèmes. Actes de la X Ecole d'été de Didactique, pp.98-112. Académie de Caen, France.
- Castela C. y Romo, A. (2011). Des mathématiques a l'automatique : étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. Recherches en Didactique des Mathématiques, 31(1). 79-130.

- Neinhuis, C. & Barthlott, W. 1997. Characterization and distribution of water-repellent, self-cleaning plant surfaces. *Annals of botany*, 79, 667-677.
- Montgomery, D. C. 1991. *Diseño y análisis de experimentos*. D.F, México: Editorial Limusa.
- Romo, A. y Covián, O.N. (2018). Desarrollo profesional de profesores de matemáticas en la modalidad en línea y a distancia. El caso de un curso para el diseño de actividades didácticas. *REDIMAT*, 7(1), 69-92.

Autores:

Juan Sanabria Mafaile. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada-IPN, México.

jsanabram1701@alumno.ipn.mx

Avenilde Romo Vázquez. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada-IPN, México.

aromov@ipn.mx