

Predicción y simulación de situaciones de variación a través del uso de gráficas de polinomios. Significados asociados a la pendiente y concavidad

Miguel Solís Esquinca, Hipólito Hernández Pérez

Resumen:

Presentamos avances de un proyecto de investigación que da cuenta de los usos de la gráfica de la función cuadrática en diferentes situaciones o contextos. Se trabaja con estudiantes de educación media y superior en un ambiente de geometría dinámica y con el uso de sensores de movimiento. Se diseñan las secuencias a partir de un estudio epistemológico que da cuenta que la gráfica se constituye en sí como un conocimiento matemático, más allá que sólo la representación de algo. Los resultados nos muestran que más de un significado puede asociarse a la parábola y que las actividades permiten construir nociones de variación que trascienden al álgebra.

Palabras clave: función cuadrática, gráfica, variación, predicción.

I. Introducción

El estudio del movimiento en el bachillerato, e incluso en los primeros cursos de cinemática del nivel superior, se realiza considerando, a lo más, una aceleración constante. De ahí que el polinomio de segundo grado sea un modelo pertinente para estudiar las variaciones de la posición en el tiempo de lo que se mueve con estas características. La función cuadrática y su gráfica, la parábola, se convierten en el modelo ad hoc para la predicción y simulación de situaciones de variación.

Tradicionalmente se ha visto a la graficación como una forma de representar funciones, donde la expresión algebraica de la relación funcional está favorecida. En este trabajo, la modelación y la graficación son tratadas como categorías del conocimiento matemático.

Elegimos la función cuadrática (polinomio de segundo grado), concepto que es abordado en el tercer grado de la educación secundaria en México (grado 9). La elección de este concepto responde a que pudiera constituirse como un puente entre los niveles de la secundaria, el bachillerato (grados 10 – 12) y el nivel universitario, al resignificarlo, a través de las actividades, con nociones que van desde el álgebra hasta el cálculo.

En la secundaria se privilegia el uso de la ecuación cuadrática, esto es, la función igualada a cero, donde la variable x es tratada como una incógnita. Los métodos de solución de una ecuación de segundo grado son básicamente el de factorización y el empleo de la fórmula general, aunque la obtención de esta fórmula no siempre es tratada en el aula, generando un rompimiento con los métodos de “despejar” la incógnita en las ecuaciones lineales. La gráfica de la función, la parábola, también es utilizada primordialmente para hallar la intersección con el eje equis, o bien mostrar que no existe tal intersección, es decir, hallar la solución para $ax^2 + bx + c = 0$.

El uso de calculadoras o aplicaciones de cómputo que grafican funciones ha propiciado que los programas de estudio y los libros de texto incluyan más actividades de graficación de funciones. Sin embargo el énfasis de las actividades está en la gráfica como una representación de la función, el uso de gráficas para resolver problemas es aún incipiente. Por ejemplo, con la ayuda de algún programa de cómputo, se hacen variar los parámetros de la función para establecer patrones de comportamiento de la gráfica como dilataciones o traslaciones, en este caso de la parábola, pero, al final, este recurso luego se usa para bosquejar la gráfica de parábolas.

II. Los usos de la gráfica

Para este estudio estaremos proponiendo actividades que permitan al estudiante encontrar diferentes significados para este objeto matemático. Un estudio epistemológico sobre el uso de las gráficas nos mostró que se empleaban para describir ciertos fenómenos, aún antes de establecer una relación formal entre variables (Suárez, 2008).

Hemos encontrado, al menos tres usos de la gráfica de la parábola: como instrumento predictor y de control de fenómenos (la x como variable), como modelo para resolver problemas (la x como incógnita), y como modelo de variación de fenómenos (la variación de la variable x). A estos tres usos, también se corresponden tres modelos algebraicos para el mismo objeto, que ahora, tienen una carga semántica diferente: $y = ax^2 + bx + c$, $y = a(x - h)^2 + k$ y $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$.

Dentro de este estudio definimos a la modelación como una construcción teórica que un individuo realiza al enfrentar una tarea matemática en la que pone en juego sus conocimientos. En esta definición operativa se enuncian las características de esta construcción: posee su propia estructura, está constituida por un sistema dinámico, la simulación puede llevar a cabo múltiples realizaciones y hacer ajustes en su estructura para producir el resultado deseable, es un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación, busca explicaciones a un rango y enfatiza invariantes, trae una idea en una realización para satisfacer un conjunto de condiciones. Es la selección del lenguaje de herramientas sobre el lenguaje de los objetos (Cordero, 2011).

La metodología empleada en el proyecto consistió en: 1) Transformar un hecho a un fenómeno didáctico. 2) Describir las dificultades específicas de las situaciones de enseñanza 3) Establecer un marco teórico que explique las dificultades. 4) Usar el marco teórico para diseñar secuencias didácticas. 5) Considerar los resultados de 3 y 4 en la implementación e iteración.

El marco teórico utilizado es el de la Socioepistemología que propone la construcción de conocimiento matemático funcional determinado por el nivel de desarrollo de las prácticas sociales manifestado en un lenguaje de herramientas que resulta de la actividad humana (Cordero, 2008).

Se diseñaron las situaciones de aprendizaje que atendían a cada uno de los usos de las gráficas ya descritos, se contó con un ambiente de geometría dinámica que permitió la interacción ente las gráficas y los estudiantes, propiciando algunas argumentaciones que quizá en otro ambiente no se hubieran presentado.

El uso de sensores de movimiento, como mediador entre el fenómeno y su representación gráfica se correspondió con las actividades desarrolladas en la computadora, construyendo, así, significados para los parámetros de polinomio de segundo grado. Los parámetros de la expresión $y = ax^2 + bx + c$ fueron asociados a posición y velocidad iniciales, así como a la aceleración o “desaceleración” en un contexto de movimiento.

III. Reflexiones

Los resultados muestran que es posible dotar de otros significados a la parábola y al polinomio de segundo grado más allá de ser utilizado exclusivamente en la solución de ecuaciones de segundo grado. Por ejemplo, a través de observar comportamientos tendenciales de las gráficas los estudiantes pueden identificar la variación de la variable, y aún más, la segunda variación de la variable (concavidad) y relacionarlas con los problemas que resuelven.

La intención de trabajar con la función cuadrática a través de estas secuencias fue que con recursos que los estudiantes de secundaria poseen, construir un modelo que trasciende al álgebra básica, esto es, los estudiantes aquí reportados pudieron abordar situaciones problemáticas dinámicas.

Referencias Bibliográficas

- Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. M. Farfán, J. Lezama y A. Romo (Eds.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: un reporte Iberoamericano* (pp. 265-286). México: Díaz de Santos–Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C.
- Cordero, F. (2011) La modelación y la graficación en la matemática escolar. En Luis Mauricio Rodríguez-Salazar, Ricardo Quintero-Zazueta, Abel Rubén Hernández Ulloa (Coords.). *Razonamiento Matemático. Epistemología de la Imaginación. (Re)pensando el papel de la Epistemología en la Matemática Educativa.* (pp. 377 – 399). Editorial Gedisa, Barcelona y Cinvestav, México.
- Suárez, L. (2008). *Modelación – Graficación, Una Categoría para la Matemática Escolar. Resultados de un Estudio Socioepistemológico.* Tesis doctoral no publicada. Departamento de Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN: México

Autores:

Miguel Solís Esquinca. Universidad Autónoma de Chiapas, México.
solise@unach.mx

Hipólito Hernández Pérez. Universidad Autónoma de Chiapas, México.
polito_hernandez@hotmail.com