

Habilidades cognitivas en el nivel de razón promedio para la comprensión de la derivada como razón de cambio

César Augusto Rodríguez Plata, Jorge Enrique Fiallo Leal, Sandra Evely Parada Rico

Resumen

Para el análisis de un fenómeno variacional, es esencial poder relacionar y cuantificar los atributos en él. Por tanto, se propone desarrollar la comprensión de la derivada como razón de cambio a través de la integración de las Habilidades Cognitivas a los Niveles del Razonamiento Covariacional para los diferentes procesos matemáticos. En síntesis, en este documento se describen los aspectos teóricos y metodológicos que fundamentan el diseño de Entrevistas Estructuradas y Basadas en Tareas. Además, se presenta la caracterización a priori de las habilidades cognitivas vinculadas al cuarto nivel: Razón promedio.

Palabras clave: razón de cambio, razonamiento covariacional, habilidades cognitivas.

I. Introducción

La derivada se destaca por la relación entre la razón de cambio y el límite del cociente incremental (Sánchez-Matamoros, García & Llinares, 2008), permitiendo así cuantificar, describir y pronosticar la rapidez de la variación en fenómenos de la naturaleza; es decir, la derivada indica cómo y cuánto se mueve un objeto en un instante de tiempo (Vrancken & Engler, 2014). Ya que algunas de las dificultades en el aprendizaje de la derivada parecen estar asociadas al énfasis de procedimientos basados en manipulaciones algebraicas, Cantoral (2013) indica que se precisa de una verdadera ruptura con las formas algebraicas de tratamiento de este objeto matemático para dar lugar a las ideas que sustentan su definición: el cambio y la variación. Por lo tanto, se propone diseñar, aplicar y evaluar una secuencia didáctica basada en la resolución de problemas de razones de cambio instantáneas, apoyada en un software matemático interactivo (GeoGebra), con el objetivo de lograr una adecuada comprensión de la derivada. Para cumplir con lo anterior, se descomponen y se integran las Habilidades Cognitivas asociadas a los procesos matemáticos: Comunicación, Representación, Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, y Razonamiento y demostración (Fiallo & Parada, 2018) a los Niveles del Razonamiento Covariacional (Carlson, Jacobs, Coe, Larsen & Hsu, 2003). Según los resultados y el análisis de estos, se espera mostrar evidencia empírica sobre qué habilidades cognitivas deben ser estimuladas en el aula para contribuir en la enseñanza hacia la comprensión de la derivada como razón de cambio en estudiantes de Cálculo Diferencial.

II. Marco conceptual

El Razonamiento Covariacional definido como “las actividades cognitivas implicadas en la coordinación de dos cantidades que varían mientras se atiende a las formas en cada una de ellas cambia con respecto a la otra” (Carlson et als., 2003, p. 124), es explicado a través del constructo de imágenes de covariación. Dichas imágenes, presentadas en términos de acciones mentales,

categorizan los niveles de: i) Coordinación, ii) Dirección, iii) Coordinación cuantitativa, iv) Razón promedio y v) Razón instantánea (Carlson, et al., 2003). El constructo de imagen usado por los autores, descrito por Thompson, es visto como “dinámico, que se origina en acciones corporales y movimientos de la atención, y como la fuente y el vehículo de operaciones mentales” (citado en Carlson et als., 2003, p. 124). De acuerdo con esto, una persona que posea cierto nivel de razonamiento covariacional, se presupone deberá poseer diversas habilidades cognitivas acorde al nivel que parece sustentar en la conceptualización de un objeto matemático específico. Se entenderá como habilidad cognitiva aquella que “consiste en las operaciones mentales que resultan de la coordinación de acciones tendientes a la consecución de un objetivo ligado a una rama de conocimiento institucionalizado” (Rueda, 2016, p. 57). Para el estudio en cuestión, este conocimiento será el de la derivada como razón de cambio.

III. Método

La población de estudio serán estudiantes del curso de Cálculo Diferencial de la UIS. Para el desarrollo de la investigación se ha tenido en cuenta las Entrevistas Estructuradas y Basadas en tareas para el estudio del comportamiento humano (Goldin, 2000). Cada entrevista consta de un problema de razón instantánea apoyado con GeoGebra y tareas específicas con preguntas diseñadas para el tránsito de cada uno de los niveles del Razonamiento Covariacional. Partiendo de una caracterización a priori, se espera analizar las habilidades emergentes en la solución de cada uno de los problemas, y así poder ofrecer una caracterización final, producto del trabajo de los estudiantes. En este apartado, se presenta la caracterización a priori del nivel de Razón promedio, basada en el problema del lanzamiento de un objeto verticalmente hacia arriba.

Para este problema, se propone argumentar matemáticamente las velocidades del objeto registradas por sensores en distintos instantes de tiempo, donde a través de preguntas acerca de la relación entre las diferentes representaciones de la derivada y el apoyo de un archivo en GeoGebra (ver Figura 1), se espera estimular al estudiante en el desarrollo de habilidades que le permitan establecer y aclarar aspectos de la razón instantánea de la posición con respecto al tiempo.

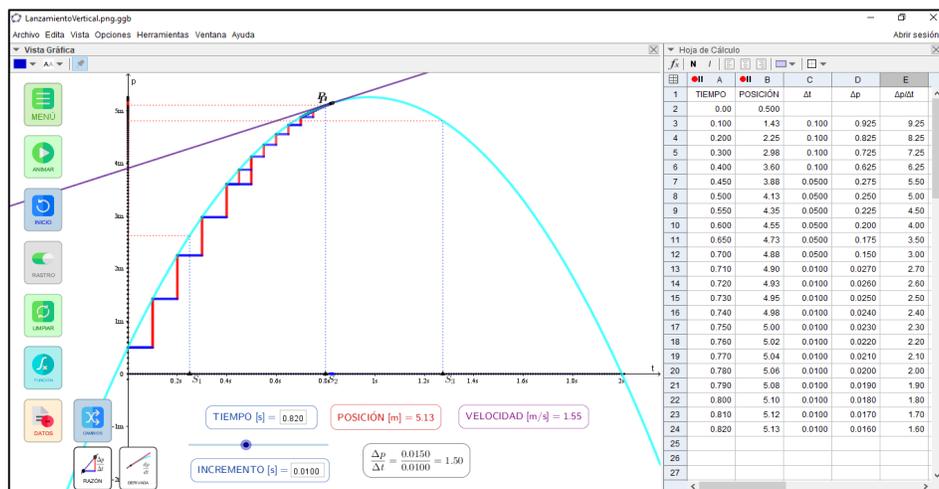


Figura 1. Archivo en GeoGebra

El fenómeno describe un movimiento parabólico, en el que se involucra el tiempo y la posición del objeto. Inicialmente, el estudiante deberá poder reconocer y establecer: i) la relación de interdependencia entre variables (Coordinación), ii) el comportamiento creciente y decreciente de la variación del objeto (Dirección), y iii) la relación de la cantidad de cambio entre las variables (Coordinación cuantitativa). Para dar paso a la comprensión de la derivada como razón de cambio, el estudiante deberá desarrollar habilidades cognitivas que le permitan analizar las razones promedio alrededor de un valor en particular (nivel Razón promedio). De manera específica las habilidades cognitivas en el nivel de Razón promedio se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1

Habilidades cognitivas para el nivel de Razón promedio del Razonamiento Covariacional

Procesos	Comunicar ideas sobre razón promedio	Representar la razón promedio	Procedimientos para analizar la razón promedio	Razonar sobre fenómenos de razón promedio
Habilidades	Justificar por qué la razón promedio de la posición con respecto al tiempo da cuenta de la velocidad promedio.	Construir y transformar las representaciones: razón de cambio promedio (verbal), pendiente de la recta secante (gráfica) y el cociente de diferencias (simbólico).	Medir y comparar los valores de las razones promedio para determinar la tendencia a un valor.	Argumentar racionalmente y Convencerse y convencer a los demás sobre la tendencia a un valor de las razones promedio a medida que se aproxima a un punto a partir de incrementos cada vez más pequeños en la variable independiente.

Estas habilidades pueden ser estimuladas a través del cálculo de los valores de las razones promedio, teniendo en cuenta la reducción del incremento en el tiempo. Posterior a este hecho, se espera que el estudiante identifique la tendencia a un valor de estas, con el fin de dar paso al último nivel en el que se establece la razón de cambio instantánea, la cual dará cuenta de la velocidad en un punto.

Referencias Bibliográficas

- Cantoral, R. (2013). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional. México: Secretaría de Educación Pública.
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2003). Razonamiento Covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: Un marco conceptual y un estudio. *Revista EMA*, 8(2), 121-156.
- Fiallo, J. E., & Parada, S. E. (2018). Estudio dinámico del cambio y la variación. Curso de Precálculo Mediado por GeoGebra. Colombia: Ediciones UIS.
- Goldin, G. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. En Kelly, A. y Lesh, R. (Eds.). *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 517-545). New Jersey-London: LEA.
- Rueda, N. (2016). Habilidades cognitivas asociadas al proceso de representación de fenómenos de variación. Tesis de maestría no publicada, Universidad Industrial de Santander, Colombia.

Sánchez–Matamorros, G., García, M., & Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa*, 11 (2), 267-296.

Vrancken, S., & Engler, A. (2014). Una Introducción a la Derivada desde la Variación y el Cambio: Resultados de una investigación con estudiantes de primer año de la universidad. *Boletim de Educação Matemática*, 28 (48), 449-468.

Autores:

César Augusto Rodríguez Plata. Universidad Industrial de Santander, Colombia.
rodces121@gmail.com

Jorge Enrique Fiallo Leal. Universidad Industrial de Santander, Colombia.
jfiallo@uis.edu.co

Sandra Evely Parada Rico. Universidad Industrial de Santander, Colombia.
sanevepa@uis.edu.co