

Una propuesta didáctica para resignificar la noción de segunda derivada a través de la variación en estudiantes de nivel superior

Amaranta Viridiana Jiménez Villalpando, José David Zaldívar Rojas

Resumen:

En este trabajo presentamos algunos de los resultados de una investigación que tiene como objetivo resignificar la noción del criterio de la segunda derivada a través de la variación. Para ello, se implementó una situación de Modelación-Graficación a estudiantes de nivel superior, donde se incorporan elementos tecnológicos tales como la calculadora graficadora y sensores de movimiento. Dicha situación surge de un análisis preliminar del concepto de segunda derivada. Se discutirán los resultados preliminares de dicha implementación, lo cual derivó en un rediseño de las actividades del instrumento.

Palabras clave: Ingeniería didáctica, modelación-graficación, criterio de la derivada.

I. Introducción

Nuestro objeto matemático de estudio es el criterio de la segunda derivada, el cual generalmente es estudiado desde una perspectiva algorítmica en un registro de representación principalmente algebraico.

Se han destacado diversas dificultades de los estudiantes con respecto a la noción de límite o el concepto de Derivada, dicha noción generalmente se interpreta en términos de un proceso algorítmico, algebraico y de procesos límite, además se ponen de manifiesto las dificultades que tiene los estudiantes para transitar de la gráfica de la función a la gráfica de la función derivada (Salazar, 2009). En particular, cuando los estudiantes se enfrentan a los criterios de la derivada dentro de un curso regular de cálculo, dichas nociones parecería que sólo se usan para realizar gráficas “complicadas” y se dejan de lado los aspectos variacionales relacionados con las nociones de máximos, mínimos y la concavidad. De manera que el estudiante se queda con una presentación acotada de dichos criterios y el llenado de tablas para decidir si un punto es máximo o mínimo usando el signo de la segunda derivada en dicho punto.

Muchas investigaciones han hablado sobre las dificultades de la enseñanza y aprendizaje del Cálculo, por ejemplo, Cuevas, Pluinage y Dorier (2013) señalan entre otras cosas la primacía de las representaciones algebraicas sobre otras representaciones de índole visual, así como la importancia de situaciones de contexto para abordar contenido matemático.

De lo anterior emana la siguiente pregunta de investigación, ¿cómo se puede resignificar el criterio de la primera y segunda derivada haciendo uso de la tecnología? De manera que dichos criterios desarrollen el pensamiento variacional en los estudiantes. La resignificación propuesta

en nuestro trabajo se logrará con base en la categoría de Modelación-Graficación, desarrollada en los trabajos de Suarez y Cordero (2010).

Se puede considerar a la modelación como una construcción teórica que realiza una persona cuando pone en juego sus conocimientos, es la selección del lenguaje de las herramientas sobre el lenguaje de los objetos. Un objeto se puede modelar, y esta modelación abstrae los aspectos del objeto que se desean estudiar. En la vida escolar la modelación es una actividad que le da sentido de aplicación a los conocimientos matemáticos adquiridos. Las gráficas de funciones son el conocimiento mismo que se desarrolla y aporta datos epistemológicos que propician nuevas hipótesis para trabajar la variación en la matemática escolar. Eisenberg y Dreyfus (1991) comentan que a pesar de haber mostrado la eficacia de los métodos visuales para la resolución de problemas, los alumnos muestran resistencia al uso de las consideraciones visuales y se enfocan en los métodos algorítmicos, una de las causas es que el pensar visualmente requiere de mayores demandas cognitivas que el pensamiento algorítmico.

La graficación favorece la construcción de ideas de variación, que se desarrollan de manera independiente del concepto de función. La gráfica pasa a ser un elemento central en explicaciones, como lo es la caracterización de los puntos extremos y la relación física-numérica que guardan.

II. Resultados de la aplicación de la propuesta didáctica

La metodología que usaremos para abordar nuestro problema y realizar una propuesta es la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995), de la cual se realizó un análisis preliminar que nos permitió diseñar una propuesta didáctica, que pone a la variación como el elemento que permite resignificar las nociones involucradas en el criterio de la segunda derivada.

La propuesta diseñada consta de cuatro actividades, además de una guía rápida de inicio, la cual sirve para familiarizar al estudiante con la tecnología y su manejo. Esta propuesta se aplicó a estudiantes de segundo semestre de Ingeniería Física de la Universidad Autónoma de Coahuila.

En la primera actividad cuyo título es *adivina la gráfica*, y cuyo propósito era que el estudiante dibuje sobre cuatro ejes cartesianos sin una escala específica cuyos ejes representan la posición contra el tiempo, la curva que se producirá realizando combinaciones de movimientos, como lo son, alejarse o acercarse del sensor, aumentar, disminuir o moverse con velocidad constante. Los estudiantes no tuvieron dificultades para predecir las gráficas, sin embargo ninguno de ellos pudo deducir las formas faltantes de moverse (alejarse del sensor disminuyendo la velocidad y acercarse al sensor aumentando la velocidad), dando como respuestas formas más complejas de graficación como lo es la función escalonada (Función que estrictamente hablando es físicamente imposible de conseguir utilizando el sensor de movimiento), o movimientos armónicos.

En la segunda actividad *¿Cómo es mi velocidad?* se le proporcionan al estudiante seis curvas, de las cuales debe describir el movimiento que realizó en cada una de ellas. Dada la orientación de los encuestados (ingenieros físicos en formación), se obtuvieron respuestas como: Movimiento rectilíneo uniforme y uniformemente acelerado, cuando esperábamos respuestas como función creciente o función decreciente. Además recibimos respuestas interesantes similares a las esperadas, como lo son: "se acercan al eje x", "empiezan abajo y terminan arriba", "que cada vez las imágenes tienden más y más a cero", la mayoría de los estudiantes pudo relacionar la pendiente de la recta tangente con la velocidad instantánea en un punto.

La tercera actividad se titula *Viaje sencillo o viaje redondo*, y su propósito es que el estudiante realice un desplazamiento de retorno hacia un punto, produciéndose así un máximo o un mínimo, se pretende que el estudiante estudie las posibilidades de realizar dicho movimiento mediante la variación de la velocidad. En esta actividad se obtuvieron resultados interesantes, ya que algunos estudiantes plantearon soluciones que eran físicamente imposibles, cabe destacar que con el sensor solo se pueden realizar gráficas de funciones continuas y derivables, debido a la naturaleza de los fenómenos de movimiento clásico.

La cuarta actividad tiene como título *El criterio de la primera y segunda derivada*, y tiene como objetivo el resignificar el criterio de la primera y segunda derivada, por medio del análisis de la variación de la velocidad en 4 curvas propuestas a partir de lo elaborado previamente en las tres actividades anteriores, además se pretende que el estudiante comprenda que la condición de continuidad y derivabilidad en el intervalo es necesaria para poder usar los criterios. En esta actividad los estudiantes tenían claro el signo de las pendientes analizando una curva en dos partes, además de las nociones de crecimiento y decrecimiento de las funciones, resignificadas como la acción de alejarse o acercarse.

De estos resultados surge la necesidad de realizar un rediseño que vaya construyendo la noción de segunda derivada progresivamente mediante actividades con propósitos específicos.

III. Rediseño y reflexiones finales

Tras analizar la prueba piloto se llegó a un rediseño que consta de tres momentos de los cuales a cada uno está asociada una tarea, cada una con un propósito que conduce, finalmente a la resignificación del criterio de la segunda derivada.

Momento 1: Funciones Crecientes y decrecientes

Tarea 1: Tiene como propósito que el estudiante identifique qué relación existe entre el signo de la pendiente de la recta tangente y el crecimiento o decrecimiento de la función.

Momento 2: Máximos y mínimos

Tarea 2: Tiene como finalidad que el estudiante identifique que si necesita regresar a un mismo punto necesariamente necesita pasar por una velocidad cero, lo cual resignifica el Teorema de Rolle.

Momento 3: El cambio del cambio

Tarea 3: Habla sobre la variación de la velocidad, lo cual finalmente condice al criterio de la primera y de la segunda derivada.

Por último, consideramos que el dejar que la ecuación sea el elemento central de una explicación matemática, podría ser para el estudiante difícil de comprender o visualizar, pero, por el contrario, si se muestra una situación de modelación de movimiento, se presenta otra alternativa a la enseñanza, donde el estudiante resignifica su conocimiento.

Referencias bibliográficas

- Salazar, C., Díaz, H. y Bautista, M. (2009). Descripción de niveles de comprensión del concepto derivada. *Tecné, Episteme y Didaxis: Revista de la Facultad de Ciencia y Tecnología*, (26), 62-82.
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., y Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Eisenberg T. & Dreyfus T. (1990). On the Reluctance to Visualize in Mathematics. In Zimmermann W. & Cunningham S. (Eds), *Visualization in Teaching and Mathematics USA: MAA Series*. 25-37.
- Suárez, L., y Cordero, F. (2010). Modelación Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(4), 319-333.
- Cuevas, C., Pluinage, F. y Dorier, J. (2013). *La enseñanza del cálculo diferencial e integral*. México: Pearson Educación.

Autores:

Amaranta Viridiana Jiménez Villalpando. Universidad Autónoma de Coahuila, México.
amaranta.jimenez@hotmail.com

José David Zaldívar Rojas. Universidad Autónoma de Coahuila, México.
david.zaldivar@uadec.edu.mx