



## OPTIMIZACIÓN MATEMÁTICA MEDIANTE LA PROGRAMACIÓN LINEAL DE LOS PROCESOS Y RECURSOS UTILIZADOS EN UN CAFÉ

*Brayan Tobanche Mireles, Marlén Hernández Ortiz,*

Universidad Autónoma de Zacatecas  
[brayantobanche9@outlook.com](mailto:brayantobanche9@outlook.com)

### INTRODUCCIÓN

La economía zacatecana comparada con las demás economías regionales de México se encuentra en una situación desventajosa. Los niveles de crecimiento son bajos respecto a la media nacional, con este panorama, las micro-empresas zacatecanas afrontan situaciones difíciles actualmente (Rodríguez Mazoco, et al., 2017).

Así mismo, la producción en términos cuantitativos en Zacatecas es bastante limitada, la aportación al PIB nacional, por parte de nuestro estado, ha sido menor al 1% en promedio en los años recientes (Instituto Nacional de Geografía, Estadística e Informática [INEGI] 2018).

Entre las causas se puede mencionar que el nivel de emprendimiento es bajo debido a las barreras de la entrada y al alto riesgo de mortandad de las micro-empresas por el bajo consumo característico de nuestra entidad. Por lo tanto, es evidente que se necesita mejorar la producción local, en términos de optimización, a fin de solventar la deprimida demanda.

Contemplando lo anterior, el trabajo actual plantea lo siguiente: la micro-empresa “Alicia foto & café” participa en eventos comerciales fuera de sus instalaciones a fin de dar a conocer sus productos en el mercado zacatecano. Dada la naturaleza del evento a realizarse existen ciertas restricciones para la producción de los bienes que serán vendidos. A partir de esto, se necesita conocer el nivel de producción óptimo de dichos productos.

### METODOLOGÍA

Para solventar este proyecto se utilizó la herramienta matemática de programación lineal (Taha, 2012) para obtener la optimización de procesos y recursos utilizados en el café. Dicho procedimiento se llevará a cabo mediante el método simplex, utilizando el programa virtual PHP simplex (PHP simplex, 2020).

Las restricciones consisten en: espacio de almacenamiento, horas de mano de obra y horas-máquina. Los productos a elaborar son: café americano, cappuccino y latte. Se busca maximizar la ganancia al definir los niveles de producción con base en las restricciones.



## II Seminario de Investigación en Economía: Sustentabilidad y Nanotecnología



Tabla 1 Condiciones técnicas de la producción (requerimientos de cada producto)

Producto	Segundos máquina 1	Segundos máquina 2	Minutos mano obra	Mts. cuadrados de almacén	Ganancia
Americano ( $x_1$ )	10	50	2	0.002	0.24
Cappuccino ( $x_2$ )	7	90	3.5	0.008	0.25
Latte ( $x_3$ )	7	70	3	0.006	0.26

La tabla 1 nos muestra los requerimientos de cada bebida para ser preparada, es decir, describe las condiciones técnicas bajo las cuales se lleva a cabo la producción. La máquina 1 es un molino, la 2 es una cafetera. En este caso, aunque las ganancias son similares, la utilización de recursos entre cada bebida varía en un intervalo más amplio.

Las restricciones de cada elemento son las siguientes: la máquina 1 solo puede trabajar fluidamente 40 minutos antes de tener que ser recalibrada; la máquina 2 trabaja de manera continua 50 minutos antes de necesitar ser apagada para recuperar la presión; la mano de obra solo ha sido contratada 2 horas y solo se cuenta con un espacio de almacén de 2 m<sup>2</sup>. Todo lo anterior quedaría expresado por medio de ecuaciones de la siguiente manera:

Ecuación 1. Restricción 1 (máquina 1):  $10x_1 + 7x_2 + 7x_3 \leq 2400$

Ecuación 2. Restricción 2 (máquina 2):  $50x_1 + 90x_2 + 70x_3 \leq 3000$

Ecuación 3. Restricción 3 (mano de obra):  $2x_1 + 3.5x_2 + 3x_3 \leq 120$

Ecuación 4. Restricción 4 (almacén):  $0.002x_1 + 0.008x_2 + 0.006x_3 \leq 2$

Ecuación 5. Restricción de control:  $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Ecuación 6. Función a maximizar (objetivo):  $0.24x_1 + 0.25x_2 + 0.26x_3 = Z$



## II Seminario de Investigación en Economía: Sustentabilidad y Nanotecnología



### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A partir de los datos con los que se cuenta se realiza en el sitio web la optimización matemática por medio del método simplex. Para

la utilización de este software, se plantean nuevas ecuaciones de la siguiente manera, añadiendo variables de holgura:

ECUACIÓN 7. Restricción 1:  $10x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 1x_4 \leq 2400$

Ecuación 8. Restricción 2:  $50x_1 + 90x_2 + 70x_3 + 1x_5 \leq 3000$

Ecuación 9. Restricción 3:  $2x_1 + 3.5x_2 + 3x_3 + 1x_6 \leq 120$

Ecuación 10. Restricción 4:  $0.002x_1 + 0.008x_2 + 0.006x_3 + 1x_7 \leq 2$

Ecuación 11. Restricción de control:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$

Ecuación 12. Función a maximizar:  $0.24x_1 + 0.25x_2 + 0.26x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 = Z$

Con las ecuaciones 7 - 12, el software arroja los siguientes resultados:

Tabla 2 Resultados método simplex			0.24	0.25	0.26	0	0	0	0
Base	$C_b$	$P_0$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$
$P_4$	0	1800	0	-11	-7	1	-0.2	0	0
$P_1$	0.24	60	1	1.8	1.4	0	0.02	0	0
$P_6$	0	5.68E-15	0	-0.1	0.2	0	-0.04	1	0
$P_7$	0	1.88	0	0.0044	0.0032	0	-4.0eE-5	0	1
Z		14.4	0	0.182	0.076	0	0.0048	0	0

La tabla nos indica que la ganancia maximizada ( $Z=14.4$ ) se obtiene al producir 60 unidades de la variable de decisión  $P_1$  (americanos), mientras

que se sugiere no producir ninguna cantidad de las otras bebidas.



## II Seminario de Investigación en Economía: Sustentabilidad y Nanotecnología



Así mismo, las variables de holgura representan el sobrante de las restricciones; para este problema  $P_4$  representa a la restricción de la máquina 1, por lo tanto, quedarían 1800 segundos (30 minutos) sin utilizarse.  $P_6$  representa la restricción de la mano de obra, por lo que no se utilizarían  $5.68E-15$  minutos de la mano de obra. Finalmente, la variable  $P_7$  representa la restricción del almacén, por lo que quedarían 1.88 metros cuadrados sin utilizarse.

Sin embargo, este resultado no es satisfactorio para la empresa, puesto que ésta quiere dar a conocer todos sus productos, por tanto, se plantean algunas alternativas de solución: se sugiere incluir un mínimo de ventas para ambos productos, así como una limpieza integral de la máquina 2 para aumentar su rendimiento y contratar más tiempo la mano de obra. También se toma en cuenta el aumento del costo por salarios, lo cual decrece las ganancias. A partir de esto, las funciones a contemplar para el método simplex serían las siguientes:

$$\text{Ecuación 7. } 10x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 1x_4 \leq 2400$$

$$\text{Ecuación 13. Restricción 2 ajustada: } 50x_1 + 90x_2 + 70x_3 + 1x_5 \leq 3800$$

$$\text{Ecuación 14. Restricción 3 ajustada: } 2x_1 + 3.5x_2 + 3x_3 + 1x_6 \leq 240$$

$$\text{Ecuación 10. } 0.002x_1 + 0.008x_2 + 0.006x_3 + 1x_7 \leq 2$$

$$\text{Ecuación 11. Restricción de control ajustada: } x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11} \geq 0$$

$$\text{Ecuación 15. Función a maximizar ajustada: } 0.22x_1 + 0.23x_2 + 0.24x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + 0x_{10} + 0x_{11} = z$$

$$\text{Ecuación 16. Restricción 5 (mínimo de ventas): } 0x_1 + 1x_2 - 1x_8 + 1x_{10} \geq 10$$

$$\text{Ecuación 17. Restricción 6 (mínimo de ventas): } 0x_1 + 1x_3 - 1x_9 + 1x_{11} \geq 10$$

Los cambios realizados matemáticamente se explican de la siguiente manera: la ecuación 13 sustituye a la ecuación 8, esto con el añadido de tiempo disponible de la máquina 2 aumentando los minutos utilizables para su uso. La ecuación 14 es la modificación de la 9, en la cual se añaden horas de trabajo a raíz de contratar más tiempo la mano de obra. La ecuación 15 surge de la modificación de la 12 a raíz de la inclusión de las restricciones del mínimo de ventas, así mismo sus coeficientes disminuyen dado el costo extra de contratar más tiempo a la mano de obra.

Las ecuaciones 16 y 17 son respectivamente la restricción de mínimo de ventas para el cappuccino y el latte ( $x_2$  y  $x_3$ ), las variables  $x_8, x_9, x_{10}$ , y  $x_{11}$  representan respectivamente variables de exceso y artificiales añadidas a las restricciones 16 y 17, dado su tipo de restricción (igual o mayor a). Finalmente, utilizando las ecuaciones 7, 13, 10, 14, 15, 16 y 17 el software nos proporciona la siguiente solución:



## II Seminario de Investigación en Economía: Sustentabilidad y Nanotecnología



Tabla 3, resultados del Método simplex después del ajuste sugerido			0.22	0.23	0.24	0	0	0	0	0	0
Base	$C_b$	$P_0$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$	$P_9$
$P_4$	0	1820	0	0	0	1	-0.2	0	0	-11	-7
$P_1$	0.22	44	1	0	0	0	0.02	0	0	1.8	1.4
$P_6$	0	87	0	0	0	0	-0.04	1	0	-0.1	0.2
$P_7$	0	1.772	0	0	0	0	-4.0E-5	0	1	0.004	0.003
$P_2$	0.23	10	0	1	0	0	0	0	0	-1	0
$P_3$	0.24	10	0	0	1	0	-1.7E-18	0	0	0	-1
Z		14.38	0	0	0	0	0.0044	0	0	0.166	0.068

El resultado nos indica que la producción óptima, dada las restricciones, se encuentra al producir 44 unidades de  $P_1$  (americanos), 10 unidades de  $P_2$  (capuchinos) y 10 unidades de  $P_3$  (lattes). Las variables de holgura muestran lo siguiente: la máquina 1 no utiliza sus recursos al máximo, ya hay un sobrante de 1820 para  $P_4$  (30-33 minutos), respecto a  $P_6$  se muestra un sobrante de 87 segundos que sería el tiempo de mano de obra sin utilizar. Finalmente  $P_7$  representa 1.772 metros sin utilizar de almacenaje, observamos que no hay sobrante en lo que respecta a la utilización de la máquina 2.

La empresa queda satisfecha con estos resultados, puesto que en lo que respecta a la máquina 1 llevarla a su funcionamiento máximo puede dañarla a futuro. Respecto al sobrante en la mano de obra se acepta debido a la consideración de la no-rigidez de los procesos humanos de trabajo. Finalmente, el almacenaje se aprovecha de mejor manera que en la primera solución ofrecida.

De esta manera, las ganancias se mantienen en un nivel ( $Z= 14.38$ ) considerable tomando en cuenta el aumento de costos que significó la contratación prolongada de mano de obra y el



## II Seminario de Investigación en Economía: Sustentabilidad y Nanotecnología



costo de la limpieza de la máquina 2, así mismo se cumple uno de los objetivos principales de la empresa: dar a conocer todos sus productos.

### CONCLUSIÓN

Finalmente, el análisis de programación lineal ofrece alternativas de solución, esto complementa con la teoría económica a fin de lograr el objetivo del beneficio empresarial. En este caso, se observa que la empresa necesita

invertir en tecnología para hacer más eficiente sus procesos, así mismo se podría sugerir una revaloración en lo concerniente a la productividad de sus empleados.



## II Seminario de Investigación en Economía: Sustentabilidad y Nanotecnología



### REFERENCIAS

Rodríguez Mazoco, E., Carmona, E. y Bautista Santiago, L. (2017) Análisis de condiciones de cierre de MIPYMES comerciales en la zona conurbada Zacatecas-Guadalupe en México *Revista Global de Negocios*, 5 (7), 45-54.

Instituto nacional de geografía, estadística e informática. (2018). *Banco de información económica*, [archivo de datos]. Disponible en el sitio Web de Autor, <https://www.inegi.org.mx/>

Taha, H. (2012) *Investigación de operaciones* (Navarro Salas, R. trad.) (9ª Edición). México, Estado de México: Pearson education (trabajo original publicado en 2011).

Software de optimización PHP simplex (2020), consultado en: <http://www.phpsimplex.com/index.htm>